

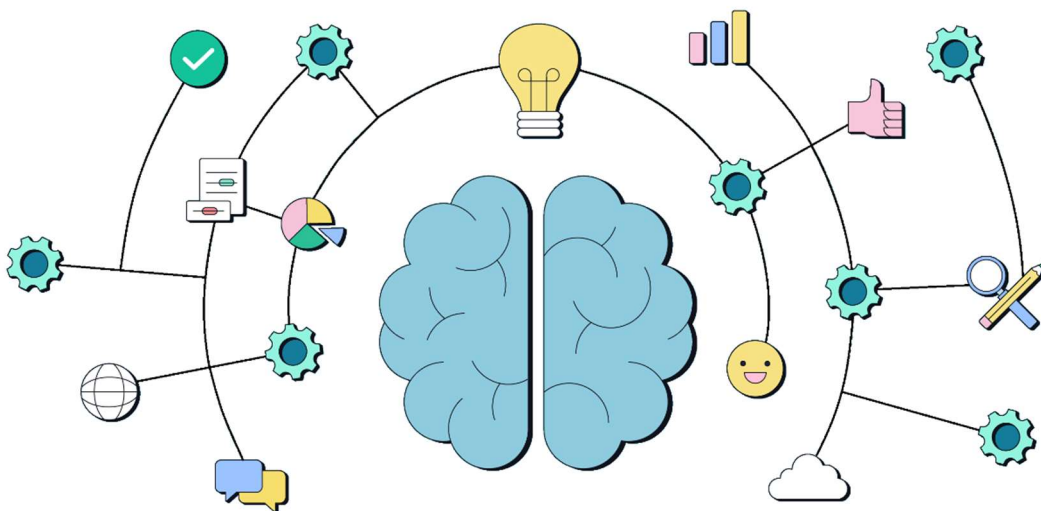
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ФАХОВИЙ КОЛЕДЖ РАКЕТНО-КОСМІЧНОГО
МАШИНОБУДУВАННЯ ДНІПРОВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО
УНІВЕРСИТЕТУ імені ОЛЕСЯ ГОНЧАРА

Циклова комісія Авіаційної та ракетно-космічної техніки

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**до виконання практичних
(розрахунково-графічних) завдань
з дисципліни «Технічна механіка»
для студентів спеціальності 141**

Козельська А.Р.



Дніпро
2026

Укладач – Анна КОЗЕЛЬСЬКА, 2 категорія, методист

Рецензент – Катерина СЄДАЧОВА, вища категорія

Розглянуто і схвалено цикловою комісією
Авіаційної та ракетно-космічної техніки

Протокол № 1 від 28.08.2026

Анотація.

Методичні вказівки присвячені практичній частині дисципліни «Технічна механіка», що сприяє розвитку інженерного мислення, придбанню необхідних навичок розрахунку елементів конструкцій на міцність, жорсткість та стійкість. Вказівки складені відповідно програмі дисципліни «Технічна механіка» та використовуються при виконанні розрахунково-графічних завдань (РГЗ) з основних тем дисципліни. РГЗ дозволяють більш глибоко засвоїти теоретичний матеріал курсу та отримати певні практичні навички. Матеріали вказівок розраховані на студентів 2-3 року навчання спеціальності 141.

Зміст

Вступ.....	4
Практична робота №1 РГЗ 1	6
Практична робота №2 РГЗ 2	10
Практична робота №3 РГЗ 3	14
Практична робота №4 РГЗ 4	17
Практична робота №5 РГЗ 5	20
Практична робота №6 РГЗ-6.....	24
Практична робота №7 РГЗ-7.....	28
Додаток А – Двотаври сталеві гарячекатані (за ГОСТ 8239-89).....	35
Додаток Б – Завдання за варіантами для РГЗ.....	36
Додаток В – Зразки оформлення РГЗ	46
Додаток Г – Рекомендований перелік відео до РГЗ.....	65
Бібліографічний опис.....	68

Вступ

Дисципліна «Технічна механіка» є базою для створення надійних конструкцій на стадіях проєктування, виготовлення й експлуатації. Саме тому вивчення студентами навчальної дисципліни «Технічна механіка» має важливе практичне значення для підготовки фахівців механічних спеціальностей. Від того, як краще і глибше будуть засвоєні студентами основні положення технічної механіки, тим вільніше вони будуть користуватися методами розрахунків на міцність, жорсткість та стійкість при виконанні інженерних задач.

Метою даних методичних вказівок є допомога студентам технічного напрямку підготовки в роботі на практичних заняттях, виконанні та оформленні практичних робіт.

Важливим елементом навчального процесу є виконання студентами розрахунково-графічних завдань (РГЗ), які дозволяють більш глибоко засвоїти теоретичний матеріал і отримати певні практичні навички з основних тем дисципліни.

В основній частині наведено сім завдань з основних тем дисципліни. До кожного завдання надано алгоритм рішення завдання та мінімум один приклад розв'язку подібного завдання. Всі розрахунки виконано в одиницях вимірювання міжнародної системи одиниць СІ. Позначення величин прийняті відповідно до міжнародного стандарту.

В додатках до вказівок дані деякі довідкові матеріали, зокрема, таблиці сортаменту катаних профілів (Додаток А).

РГЗ виконуються за постійним номером варіанта студента (за списком у навчальному журналі групи). У додатку Б до кожного РГЗ розроблено і приведено 30 варіантів завдань.

Оформлення розрахунково-графічних завдань повинно відповідати вимогам, прийнятим в інженерній практиці. Розрахунково-графічну роботу виконують на стандартних аркушах А4 (297×210 мм) зі штампом, зшитих зліва. Всі записи повинні проводитись лише на одному боці сторінки чорним чорнилом або олівцем. В умовах дистанційного навчання дозволяється робити РГЗ, застосовуючи програмне забезпечення MS Word, Компас тощо. При завершенні дисципліни студент надає викладачеві звіт з розрахунково-графічних робіт. Зі зразком оформлення розрахунково-графічних завдань можна ознайомитися у додатку В.

У додатку Г складено перелік посилань на відео з теорією і задачами, що допоможуть студентам вирішити РГЗ в умовах дистанційної освіти.

Виконані студентом завдання оцінюються за п'ятибальною шкалою. При оцінюванні робіт враховується правильність і точність результатів обчислення, охайність оформлення, своєчасність виконання роботи.

Практична робота №1 РГЗ 1

Назва: Плоска система збіжних сил

Завдання: Знайти зусилля в стрижнях, що утримують тягар вагою G .

Аналітичне рішення перевірити графічним способом.

Алгоритм розв'язку:

1. Зобразити схему.
2. Проставити літери на схемі.
3. Пронумерувати стрижні.
4. Показати деформації розтягання в стрижнях за допомогою зусиль S'_1, S''_1, S'_2, S''_2 .
5. Вибрати точку, рівновагу якої треба розглянути.
6. Звільнити точку (шарнір В) від в'язей і зобразити на нього діючі активні сили (замінивши G на натягнення гнучкої в'язі Т) і реакції відкинутих в'язей. Причому реакції стрижнів слід направляти від шарніра В, так заведено вважати, що стрижні розтягнуті.
7. Зобразити окремо шарнір В з прикладеними до нього реакціями, вибрати осі координат і скласти рівняння рівноваги, використовуючи умови рівноваги системи збіжних сил на площині $\sum x_i = 0, \sum y_i = 0$. Добираючи осі координат, треба враховувати, що отримані рівняння будуть розв'язуватися простіше, якщо одну з осей направити перпендикулярно до однієї з невідомих сил.
8. Розв'язати систему рівнянь та визначити реакції стрижнів.
9. Записати відповідь.
10. Перевірити вірність отриманих результатів графічним методом.

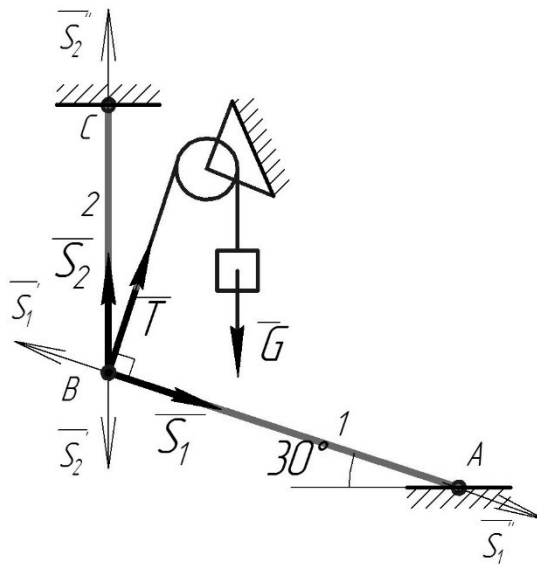
Для цього слід побудувати силовий трикутник:

- 1) Обрати масштаб.
- 2) Відкласти в масштабі відому силу Т.
- 3) Через її початок і кінець провести прямі, паралельні стрижням 1 і 2, при цьому утвориться трикутник.

- 4) Замкнути трикутник, враховуючи, що напрямок натягнення гнучкої в'язі Т відомий.
- 5) Виміряти сторони S_1 та S_2 трикутника та одержати значення зусиль.

Приклад: Знайти зусилля в стрижнях, що утримують тягар вагою $G=10\text{кН}$. Аналітичне рішення перевірити графічним способом.

Дано:	Виконуємо пункти 1-4 послідовності розв'язку.
$G = 10\text{кН}$	
$S'_1 = S''_1 - ?$	Зображаємо схему, показуємо деформації розтягання стрижнів, зусилля в стрижнях S'_1, S''_1, S'_2, S''_2 та їх реакції S_1, S_2
$S'_2 = S''_2 - ?$	

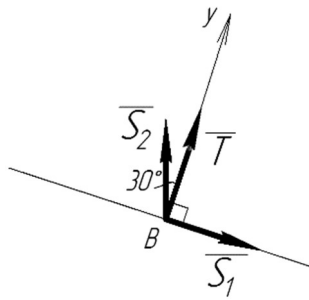


5. Розглядаємо рівновагу шарніра В

6. Замінімо силу G натягненням гнучкої в'язі T . $|G| = |T|$

Покажемо реакції стрижнів S_1, S_2

7. Зображаємо окремо шарнір В з реакціями S_1, S_2 , силою T та складаємо рівняння рівноваги:



$$\sum_{i=1}^3 x_i = S_1 - S_2 \sin 30^\circ = 0$$

$$\sum_{i=1}^3 y_i = T + S_2 \cos 30^\circ = 0$$

8. Розв'язуємо рівняння

з 2 рівняння: $S_2 = -\frac{T}{\cos 30^\circ} = -\frac{10}{0,866} = -11,5 \text{ кН}$

з 1 рівняння: $S_1 = S_2 \sin 30^\circ = -11,5 \cdot 0,5 = -5,75 \text{ кН}$

Знак мінус перед значенням S_1 , S_2 вказує на те, що обрана деформація стрижнів невірна, тобто насправді стрижні не розтягуються, а стискаються

9. З рівнянь рівноваги були знайдені реакції S_1 , S_2 , а за умовою задачі необхідно знайти зусилля в стрижнях S'_1 , S''_1 , S'_2 , S''_2

Модулі реакцій та зусиль рівні, отже $|S_1| = |S'_1| = |S''_1|$, $|S_2| = |S'_2| = |S''_2|$

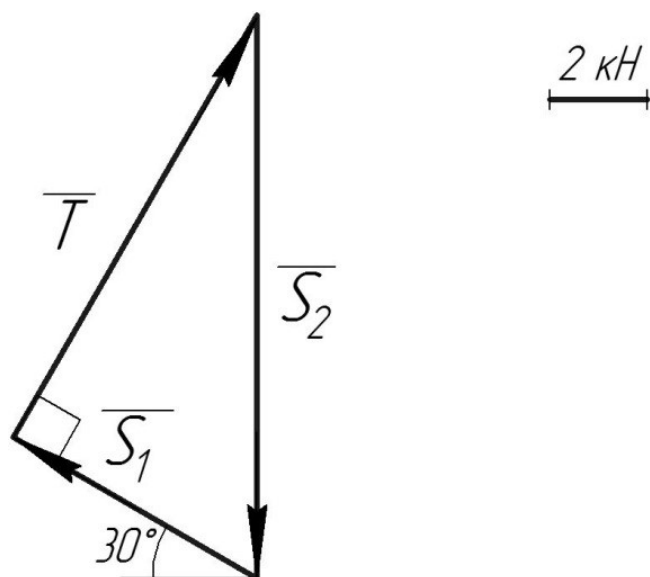
Для 1 стрижня $S'_1 = S''_1 = -5,75 \text{ кН}$ (стискання)

Для 2 стрижня $S'_2 = S''_2 = -11,5 \text{ кН}$ (стискання)

10. Графічний розв'язок

- 1) Обираємо масштаб 2 кН
- 2) Відкладаємо в масштабі відому силу $T=10 \text{ кН}$.
- 3) Через початок і кінець вектора T проводимо прямі, паралельні стрижням 1 і 2. Утворюється силловий трикутник. Замкнути трикутник, враховуючи, що напрямок натягнення гнучкої в'язі T відомий.
- 4) Виміряти сторони S_1 та S_2 трикутника, узгодити з масштабом та одержати значення зусиль.

$$S_1 = 5,5 \text{ кН}, S_2 = 11,5 \text{ кН}$$



Графічний розв'язок збігається з аналітичним рішенням.

Практична робота №2 РГЗ 2

Назва: Довільна плоска система сил

Завдання: Визначити реакції двоопорної та защемленої консольної балки

Алгоритм розв'язку:

1. Зобразити балку з навантаженнями.
2. Вибрати розташування координат осей. Для цього вісь y направити перпендикулярно до балки, а вісь x вздовж балки.
3. Проставити літери вздовж балки.
4. Замінити рівномірно-розподілене навантаження рівнодійною силою, прикладеною в середині ділянки розподіленого навантаження. Знайти рівнодійну.
5. Звільнити балку від опор, замінивши їх дію реакціями опор.
6. Скласти рівняння рівноваги для довільної плоскої системи сил. Доцільно складати рівняння так щоб вони могли бути розв'язані просто і швидко. За центр моментів рекомендують вибирати точку, де перетинаються дві невідомі сили.
7. Перевірити значення знайдених опорних реакцій рівнянням, яке не було використане для розв'язку задачі.

Приклад 1

Визначити реакції двоопорної консольної балки

Дано:

$$F = 10 \text{ кН}$$

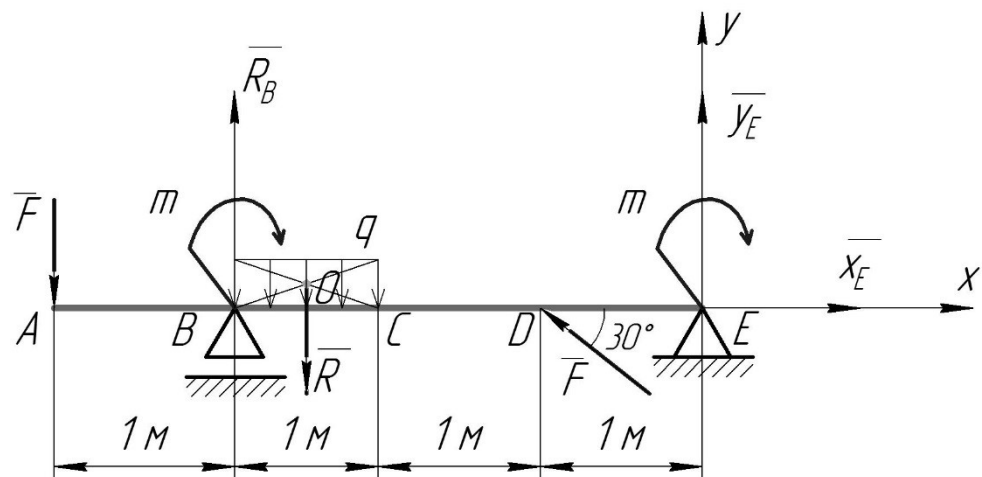
$$m = 12 \text{ кН/м}$$

$$q = 4 \text{ кН/м}$$

$$\bar{X}_E - ?$$

$$\bar{Y}_E - ?$$

$$\bar{R}_B - ?$$



Розв'язок

1. Зобразити балку з діючими на неї навантаженнями.
2. Проведемо осі x та y .
3. Проставимо літери вздовж балки.
4. Замінімо рівномірно-розподілене навантаження рівнодійною силою R , прикладеною в точці O на перетині діагоналей. Знайдемо величину рівнодійної: $\bar{R} = q \cdot BC = 4 \cdot 1 = 4$ кН
5. Звільняємо балку AD від в'язей, замінивши їх дію реакціями опор, тобто відкидаємо опори та замінюємо їх дію реакціями $\bar{X}_E$; $\bar{Y}_E$; $\bar{R}_B$
6. Складаємо рівняння рівноваги:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^6 x_i = \bar{X}_E - \bar{F} \cdot \cos 30^\circ = 0 \\ \sum_{i=1}^6 y_i = \bar{Y}_E - \bar{F} + \bar{R}_B - \bar{R} + \bar{F} \cdot \sin 30^\circ = 0 \\ \sum_{i=1}^8 m_E(\bar{F}_i) = -\bar{F} \cdot AE + 2m + \bar{R}_B \cdot BE - \bar{R} \cdot OE - m + \bar{F} \cdot DE \cdot \sin 30^\circ = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1) \\ (2) \\ (3) \end{array}$$

$$3(1) \quad \bar{X}_E = \bar{F} \cdot \cos 30^\circ = 10 \cdot 0.866 = 8,66 \text{ кН}$$

$$3(3) \quad \bar{R}_B = \frac{\bar{F} \cdot AE - 2m + \bar{R} \cdot OE - \bar{F} \cdot DE \cdot \sin 30^\circ}{BE} = \frac{10 \cdot 4 - 2 \cdot 12 + 4 \cdot 2.5 - 10 \cdot 1 \cdot 0,5}{3} = 7 \text{ кН}$$

$$3(2) \quad \bar{Y}_E = \bar{F} - \bar{R}_B + \bar{R} - \bar{F} \cdot \sin 30^\circ = 10 - 7 + 4 - 10 \cdot 0,5 = 2 \text{ кН}$$

7. Перевіряємо правильність знайдених реакцій. Складаємо рівняння моментів відносно точки, яка не була використана за центр моментів в рівнянні (3). Доцільно вибрати точку, в якій сила проходить під нахилом D (момент такої сили буде дорівнювати нулю, бо немає плеча).

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^8 m_D(\bar{F}_i) &= -\bar{F} \cdot AD + 2m + \bar{R}_B \cdot BD - \bar{R} \cdot OD - \bar{Y}_E \cdot DE = \\ &= -10 \cdot 3 + 2 \cdot 12 + 7 \cdot 2 - 4 \cdot 1,5 - 2 \cdot 1 = 0 \end{aligned}$$

Відповідь: $\bar{X}_E = 8,66$ кН; $\bar{Y}_E = 2$ кН; $\bar{R}_B = 7$ кН

Приклад 2

Визначити реакції жорсткого защемлення

Дано:

$$F = 10 \text{ кН}$$

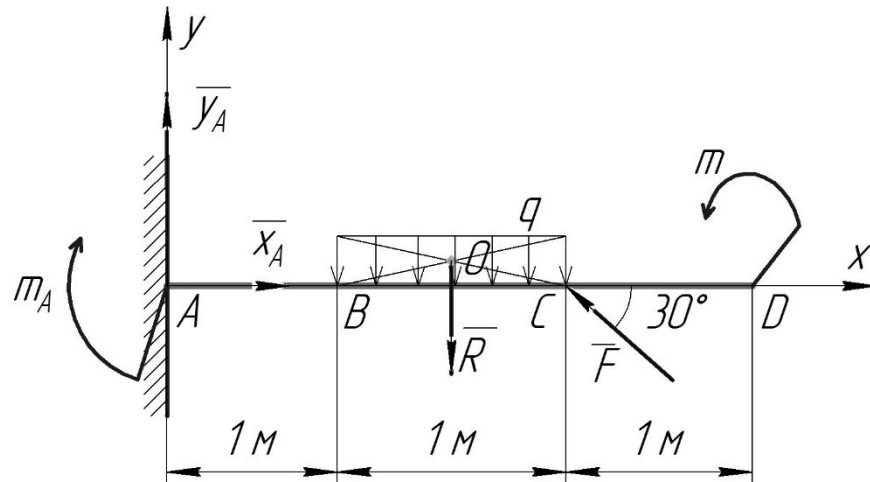
$$m = 12 \text{ кН/м}$$

$$q = 4 \text{ кН/м}$$

$$\bar{X}_A - ?$$

$$\bar{Y}_A - ?$$

$$m_A - ?$$



Розв'язок

1. Зобразити балку з діючими на неї навантаженнями.
2. Проведемо осі x та y .
3. Проставимо літери вздовж балки.
4. Замінімо рівномірно-розподілене навантаження рівнодійною силою R , прикладеною в точці O на перетині діагоналей. Знайдемо величину рівнодійної: $\bar{R} = q \cdot BC = 4 \cdot 1 = 4 \text{ кН}$
5. Звільняємо балку AD від в'язей, замінивши їх дію реакціями опор, тобто відкидаємо защемлення і замінюємо його дію реакціями. В защемленні виникає момент m_A і дві реакції $\bar{X}_A$; $\bar{Y}_A$.

6. Складаємо рівняння рівноваги:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^4 x_i = \bar{X}_A - \bar{F} \cdot \cos 30^\circ = 0 & (1) \\ \sum_{i=1}^4 y_i = \bar{Y}_A - \bar{R} + \bar{F} \cdot \sin 30^\circ = 0 & (2) \\ \sum_{i=1}^5 m_A(\bar{F}_i) = m_A + \bar{R} \cdot AO - \bar{F} \cdot AC \cdot \sin 30^\circ - m = 0 & (3) \end{cases}$$

$$3(1) \quad \bar{X}_A = \bar{F} \cdot \cos 30^\circ = 10 \cdot 0.866 = 8,66 \text{ кН}$$

$$3(2) \quad \bar{Y}_A = \bar{R} - \bar{F} \cdot \sin 30^\circ = 4 - 10 \cdot 0,5 = -1 \text{ кН}$$

$$3(3) \quad m_A = -\bar{R} \cdot AO + \bar{F} \cdot AC \cdot \sin 30^\circ + m = -4 \cdot 1,5 + 10 \cdot 2 \cdot 0,5 + 12 = \\ = 16 \text{ кН}$$

7. Перевіряємо правильність знайдених реакцій. Складаємо рівняння моментів відносно точки, яка не була використана за центр моментів в рівнянні (3). Доцільно вибрати точку, в якій сила проходить під нахилом С (момент такої сили буде дорівнювати нулю, бо немає плеча).

$$\sum_{i=1}^5 m_C(\bar{F}_i) = m_A + \bar{Y}_A \cdot AC - \bar{R} \cdot OC - m = 16 - 1 \cdot 2 - 4 \cdot 0,5 - 12 = 0$$

Відповідь: $\bar{X}_A = 8,66 \text{ кН}$; $\bar{Y}_A = -1 \text{ кН}$; $m_A = 16 \text{ кН}$

Практична робота №3 РГЗ 3

Тема: Довільна просторова система сил

Завдання: Визначити реакції опор та знайти невідому силу F_1 (або F_2).

Алгоритм розв'язку:

1. Зобразити тіло, рівновага якого розглядається.
 2. Проставити літери.
 3. Показати реакції опор. Провести через одну з опор осі координат.
- Вісь X пов'язуємо з валом. Осі Z та Y проводимо взаємоперпендикулярно.
4. Скласти шість рівнянь рівноваги.
 5. Розв'язати рівняння і визначити реакції опор.
 6. Перевірити правильність розв'язку задачі.

Приклад

На вал жорстко насаджені шків 1 та колесо 2. Визначити силу $\bar{F}_2$ і реакції опор, якщо відомо $\bar{F}_1 = 100\text{H}$, $d_1 = 30\text{см}$, $d_2 = 10\text{см}$, при тому що $\bar{F}_r = 0,4\bar{F}$.

Дано:

$$\bar{F}_1 = 100\text{H}$$

$$d_1 = 0,3\text{м}$$

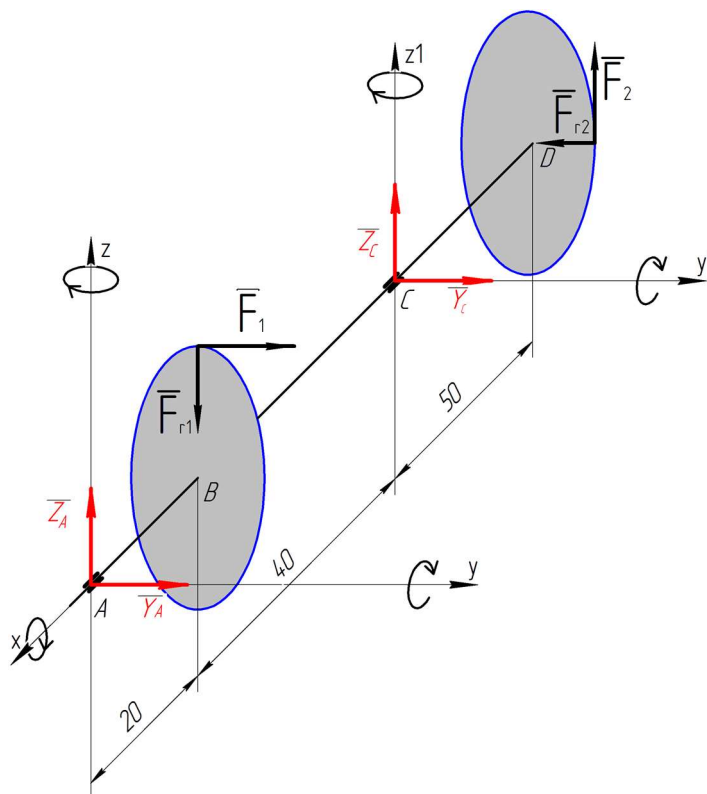
$$d_2 = 0,1\text{м}$$

$$\bar{F}_r = 0,4\bar{F}$$

$$\bar{F}_2 - ?$$

$$\bar{Y}_A, \bar{Z}_A - ?$$

$$\bar{Y}_C, \bar{Z}_C - ?$$



Виконуємо пункти 1-2.

3. Вісь X пов'язуємо з валом. Осі Z та Y проводимо взаємоперпендикулярно через підшипник А.

Знайдемо невідому радіальну силу $\bar{F}_{r1}$:

$$\bar{F}_{r1} = 0,4\bar{F}_1 = 0,4 \cdot 100 = 40\text{Н}$$

4. Складаємо рівняння рівноваги:

$$\sum_{i=1}^8 x_i = 0 \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^8 y_i = \bar{Y}_A + \bar{F}_1 + \bar{Y}_C - \bar{F}_{r2} = 0 \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^8 z_i = \bar{Z}_A - \bar{F}_{r1} + \bar{Z}_C + \bar{F}_2 = 0 \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^8 m_x(\bar{F}_i) = \bar{F}_1 \frac{d_1}{2} - \bar{F}_2 \frac{d_2}{2} = 0 \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^8 m_y(\bar{F}_i) = \bar{F}_{r1} \cdot AB - \bar{Z}_C \cdot AC - \bar{F}_2 \cdot AD = 0 \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^8 m_z(\bar{F}_i) = \bar{F}_1 \cdot AB + \bar{Y}_C \cdot AC - \bar{F}_{r2} \cdot AD = 0 \quad (6)$$

5. Розв'язуємо рівняння і визначаємо невідому радіальну силу F_{r2} та реакції опор

$$\text{з умови } \bar{F}_{r2} = 0,4\bar{F}_2$$

$$\text{з (4) рівняння: } \bar{F}_2 = \frac{\bar{F}_1 \cdot d_1}{d_2} = \frac{100 \cdot 0,3}{0,1} = 300(\text{Н})$$

$$\text{Отже } \bar{F}_{r2} = 0,4\bar{F}_2 = 0,4 \cdot 300 = 120(\text{Н})$$

$$\text{з (5) рівняння: } \bar{Z}_C = \frac{\bar{F}_{r1} \cdot AB - \bar{F}_2 \cdot AD}{AC} = \frac{40 \cdot 20 - 300 \cdot 110}{60} = -536,67(\text{Н})$$

$$\text{з (6): } \bar{Y}_C = \frac{-\bar{F}_1 \cdot AB + \bar{F}_{r2} \cdot AD}{AC} = \frac{-100 \cdot 20 + 1 \cdot 110}{60} = 186,7(\text{Н})$$

$$\text{з (2): } \bar{Y}_A = -\bar{F}_1 - \bar{Y}_C + \bar{F}_{r2} = -100 - 186,7 + 120 = -166,67(\text{Н})$$

$$\text{з (3): } \bar{Z}_A = \bar{F}_{r1} - \bar{Z}_C - \bar{F}_2 = 40 + 536,7 - 300 = 276,67(\text{Н})$$

6. Перевіряємо правильність розв'язку задачі

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^8 m_{y1}(\bar{F}_i) &= \bar{Z}_A \cdot AC - \bar{F}_{r1} \cdot BC - \bar{F}_2 \cdot CD = \\ &= 276,67 \cdot 60 - 40 \cdot 40 - 300 \cdot 50 = 0,2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^8 m_{z1}(\bar{F}_i) &= -\bar{Y}_A \cdot AC - \bar{F}_1 \cdot BC - \bar{F}_{r2} \cdot CD = \\ &= 166,67 \cdot 60 - 100 \cdot 40 - 120 \cdot 50 = 0,2\end{aligned}$$

Практична робота №4 РГЗ 4

Тема: Центр ваги

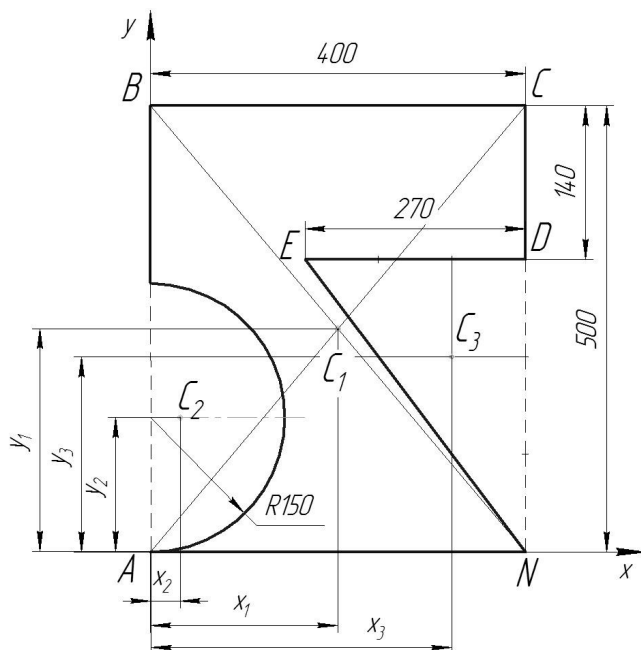
Завдання: Визначити центр ваги складної фігури.

Алгоритм розв'язку:

1. Зобразити фігуру в масштабі.
2. Проставити літери.
3. Розбити складну фігуру на прості геометричні фігури.
4. Знайти площі кожної простої фігури.
5. Провести осі координат
6. Показати центр ваги кожної простої фігури і її координати.
7. Знайти координати центрів ваги (x_i ; y_i) кожної простої фігури.
8. Розрахувати центр ваги всієї складної фігури x_c та y_c .

Приклад

Виконуємо пункти 1 та 2.



3. Розбиваємо фігуру на три прості:

I – Прямокутник ABCN

II – Півколо R150

III – Трикутник DNE

4. Знайдемо площі кожної елементарної фігури:

$$A_1 = AB \cdot BC = 50\text{см} \cdot 40\text{см} = 2000\text{см}^2$$

$$A_2 = -\frac{\pi \cdot R^2}{2} = -\frac{3,14 \cdot 15^2}{2} = -353\text{см}^2$$

$$A_3 = -\frac{ED \cdot DN}{2} = -\frac{27 \cdot 36}{2} = -486\text{см}^2$$

5. Проводимо осі координат так, щоб вся фігура знаходилась в першій чверті та координати x та y були додатними.

6. Знаходимо центр ваги кожного елемента.

Центр ваги прямокутника – точка C_1 . Знаходиться на перетині діагоналей.

Центр ваги півкруга точка C_2 на його осі симетрії.

Центр ваги прямокутного трикутника – C_3 .

Щоб знайти положення точки C_3 кожний катет розбивають на три рівні частини, через $1/3$ довжини катетів відкладену від прямого кута проводять перпендикуляри до катетів. Точка їх перетину і є точка C_3

7. Знаходимо координати точок C_1 , C_2 , C_3

1) Для прямокутника:

$$X_1 = \frac{BC}{2} = \frac{40}{2} = 20\text{см};$$

$$Y_1 = \frac{AB}{2} = \frac{50}{2} = 25\text{см}.$$

2) Для півкола:

$$X_2 = \frac{4R}{3\pi} = 0,424 \cdot R = 0,424 \cdot 15 = 6,36\text{см}$$

$$Y_2 = R = 15\text{см}$$

3) Для трикутника:

$$X_3 = (AN - ED) + \frac{2}{3}ED = (40 - 27) + \frac{2}{3} \cdot 27 = 31\text{см}$$

$$Y_3 = \frac{2}{3}(CN - CD) = \frac{2}{3}(50 - 14) = 24\text{см}$$

8. Знаходимо координати центра ваги всієї фігури:

$$X_c = \frac{A_1 X_1 - A_2 X_2 - A_3 X_3}{A_1 - A_2 - A_3} = \frac{2000 \cdot 20 - 363 \cdot 6.37 - 486 \cdot 31}{2000 - 353 - 486} =$$

$$= 19,5 \text{ см}$$

$$Y_c = \frac{A_1 Y_1 - A_2 Y_2 - A_3 Y_3}{A_1 - A_2 - A_3} = \frac{2000 \cdot 25 - 363 \cdot 15 - 486 \cdot 24}{2000 - 353 - 486} = 28,5 \text{ см}$$

Відповідь : $X_c = 19,5 \text{ см}$; $Y_c = 28,5 \text{ см}$

Практична робота №5 РГЗ 5

Тема: Розтяг – стиск

Завдання: Для заданої схеми навантаження бруса побудувати епюри поздовжніх сил N_z та нормальних напружень σ_i , визначити деформацію бруса Δl і перевірити міцність небезпечної ділянки.

Алгоритм розв'язку:

1. Намалювати схему бруса. Сила, що в завданні дорівнюють нулю та ділянки довжини яких $l = 0$ не зображувати.
2. Розбити брус на ділянки. Границі ділянок провести через початок і кінець бруса і через точки прикладення зовнішніх сил.
3. Пронумерувати ділянки, починаючи з вільного кінця.
4. Направити вісь Z вздовж осі бруса в бік защемлення.
5. Розсікти брус поступово на кожній ділянці. При цьому поздовжню силу зображувати спрямованою від перерізу в бік осі Z .
6. Скласти рівняння рівноваги для кожної залишеної частини бруса. Якщо з рівняння значення N_z вийде зі знаком мінус, то це буде означати, що насправді брус в перерізі буде стискатися.
7. Провести паралельно осі бруса базу (нульову лінію) епюри. Вибрати довільний масштаб для N_z . Знайдені величини N_z відкласти в масштабі у вигляді ординат, перпендикулярних базі епюри. Через кінці ординат провести лінії паралельні осі бруса, нанести знаки поздовжніх сил і заштрихувати епюру перпендикулярно базі.
8. Для побудови епюри нормальних напружень визначаємо напруження в поперчених перерізах кожної ділянки. Границі ділянок проходять через початок і кінець бруса, через точки прикладання зовнішніх сил і через місця перепаду площ. Ділянки нумеруються, починаючи з вільного кінця. В межах кожної ділянки напруження сталі тобто епюра на даній ділянці зображується прямою, паралельною осі бруса.

9. Переміщення вільного кінця бруса визначаємо як суму подовжень (вкорочень) ділянок бруса, обчислених за формулою Гука.

10. Перевірити міцність бруса в небезпечній ділянці. Для цього з епюри нормальних напружень беруть $\max \sigma$ і порівнюють з допустимим напруженням. Якщо умова $\max \sigma \leq [\sigma]$ виконується, то міцність бруса додержана. Слід зауважити, що допускається перенапруження бруса до 5%.

Приклад

Дано:

$$F_1 = 60 \text{ кН}$$

$$F_2 = 40 \text{ кН}$$

$$F_3 = 80 \text{ кН}$$

$$F_4 = 20 \text{ кН}$$

$$F_5 = 40 \text{ кН}$$

$$l_1 = 1.5 \text{ м}$$

$$l_2 = 0.6 \text{ м}$$

$$l_3 = 0.5 \text{ м}$$

$$l_4 = 0.8 \text{ м}$$

$$l_5 = 1.5 \text{ м}$$

$$l_6 = 1.0 \text{ м}$$

$$A_1 = 314 \text{ мм}^2$$

$$A_2 = 706,5 \text{ мм}^2$$

$$A_3 = 961,6 \text{ мм}^2$$

$$[n] = 3$$

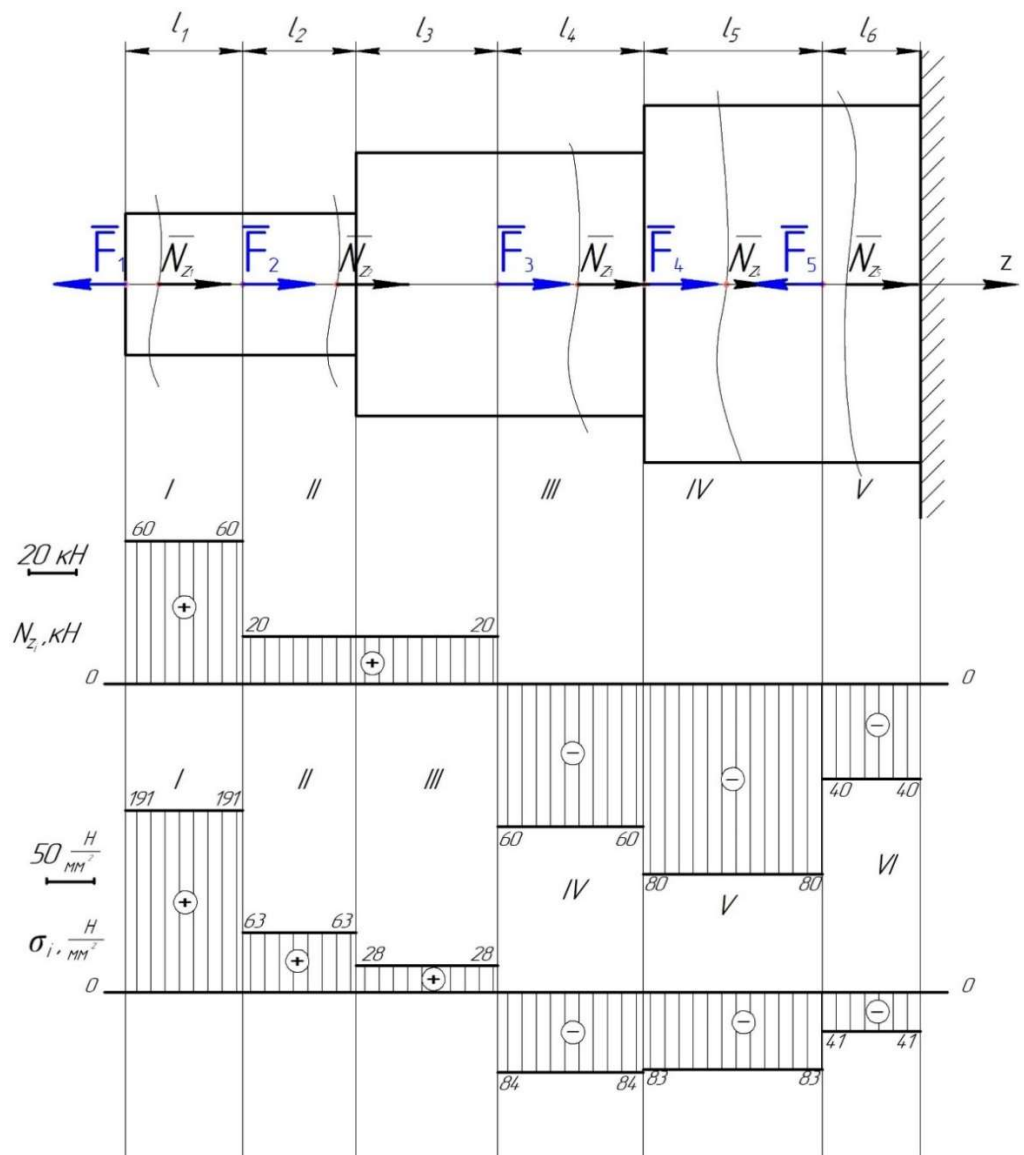
$$\sigma_{ТЧ} = 460 \text{ МПа}$$

$$N_z - ?$$

$$\sigma_i - ?$$

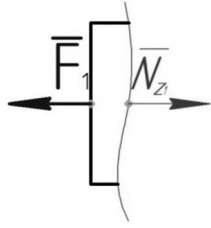
$$\Delta l - ?$$

$$\max \sigma \leq [\sigma]?$$



1. Знаходимо N_z :

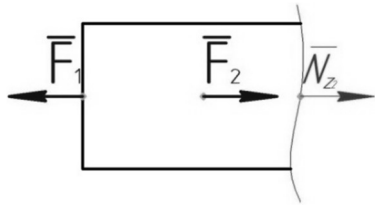
Ділянка I



$$\sum_{i=1}^2 z_i = N_{z_1} - F_1 = 0$$

$$N_{z_1} = F_1 = 60 \text{ кН}$$

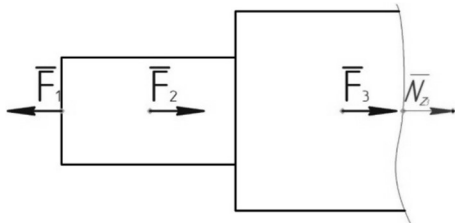
Ділянка II



$$\sum_{i=1}^3 z_i = N_{z_2} - F_1 + F_2 = 0$$

$$N_{z_2} = F_1 - F_2 = 60 - 40 = 20 \text{ кН}$$

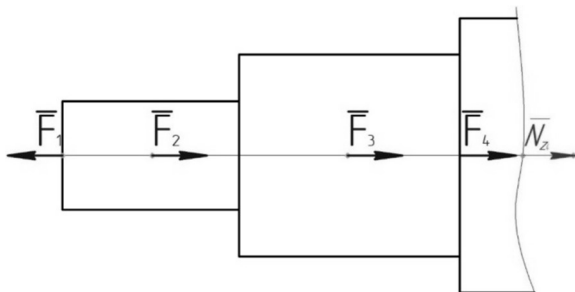
Ділянка III



$$\sum_{i=1}^4 z_i = N_{z_3} - F_1 + F_2 + F_3 = 0,$$

$$N_{z_3} = F_1 - F_2 - F_3 = 60 - 40 - 80 = -60 \text{ кН}$$

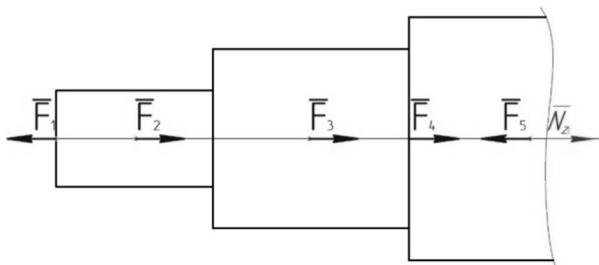
Ділянка IV



$$\sum_{i=1}^5 z_i = N_{z_4} - F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 0$$

$$\begin{aligned} N_{z_4} &= F_1 - F_2 - F_3 - F_4 = \\ &= 60 - 40 - 80 - 20 = -80 \text{ кН} \end{aligned}$$

Ділянка V



$$\sum_{i=1}^6 z_i = N_{z_4} - F_1 + F_2 + F_3 + F_4 - F_5 = 0$$

$$\begin{aligned} N_{z_5} &= F_1 - F_2 - F_3 - F_4 + F_5 = \\ &= 60 - 40 - 80 - 20 + 40 = -40 \text{ кН} \end{aligned}$$

2. Знаходимо нормальні напруження:

$$\sigma_1 = \frac{N_{z_1}}{A_1}, \quad \sigma_1 = \frac{60}{314} = 0,191 \frac{\text{кН}}{\text{мм}^2} = 191 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_{z_2}}{A_1}, \quad \sigma_2 = \frac{20}{314} = 0,063 \frac{\text{кН}}{\text{мм}^2} = 63 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_{z_2}}{A_2}, \quad \sigma_3 = \frac{20}{706,5} = 0,028 \frac{\text{кН}}{\text{мм}^2} = 28 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$$

$$\sigma_4 = \frac{N_{z_3}}{A_2}, \quad \sigma_4 = \frac{-60}{706,5} = -0,084 \frac{\text{кН}}{\text{мм}^2} = -84 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$$

$$\sigma_5 = \frac{N_{z_4}}{A_3}, \quad \sigma_5 = \frac{-80}{961,6} = -0,083 \frac{\text{кН}}{\text{мм}^2} = -83 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$$

$$\sigma_6 = \frac{N_{z_5}}{A_3}, \quad \sigma_6 = \frac{-40}{961,6} = -0,041 \frac{\text{кН}}{\text{мм}^2} = -41 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$$

3. Подовження бруса:

$$\Delta l = \frac{1}{E} (\sigma_1 \cdot l_1 + \sigma_2 \cdot l_2 + \sigma_3 \cdot l_3 - \sigma_4 \cdot l_4 - \sigma_5 \cdot l_5 - \sigma_6 \cdot l_6)$$

$$\Delta l = \frac{1}{2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}} (191 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} \cdot 1500 \text{мм} + 63 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} \cdot 600 \text{мм} + 28 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} \cdot 500 \text{мм} - \\ - 84 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} \cdot 800 \text{мм} - 83 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} \cdot 1500 \text{мм} - 41 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} \cdot 1000 \text{мм}) = 0,502 \text{мм}$$

4. Перевіряємо брус на міцність у небезпечному перерізі:

$$\max \sigma \leq [\sigma]$$

$$\max \sigma = \sigma_1 = 191 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = 191 \text{МПа}$$

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{ТЧ}}}{[n]}$$

$$[\sigma] = \frac{460}{3} = 153 \text{МПа}$$

$$191 \text{МПа} > 153 \text{МПа}$$

МІЦНІСТЬ НЕ ДОДЕРЖАНА

Практична робота №6 РГЗ-6

Назва: Кручення

Завдання: Побудувати епюри крутних моментів. Обчислити діаметри суцільного та порожнистого валів.

Алгоритм розв'язку:

1. Зобразити розрахункову схему вала з прикладеними до нього зовнішніми моментами. Якщо який-небудь з зовнішніх моментів невідомий, знайти його враховуючи те, що момент на ведучому шківі дорівнює сумі моментів на ведених шківках.
2. Розбити вал на ділянки. Границі ділянок проводять через підшипники, що розташовані на кінцях вала та через шківки. Нумерація ділянок з будь-якого боку.
3. Визначити за методом перерізів крутний момент для кожної ділянки за знаком та абсолютним значенням.
4. Знайдені величини крутних моментів відкласти в масштабі у вигляді ординат, перпендикулярних до осі вала. Через кінці ординат провести лінії паралельні осі вала, нанести знаки крутних моментів і заштрихувати епюру. Побудовану епюру варто перевірити. Величина стрибка на епюрі повинна дорівнювати величині зовнішнього моменту.
5. Визначаємо небезпечну ділянку, яка має $\max M_z$.
7. Розрахунок діаметрів суцільного й порожнистого перерізів з умови міцності.
8. Розрахунок діаметрів суцільного й порожнистого перерізів з умови жорсткості.
9. Остаточного приймемо найбільші діаметри з розрахованих.
10. Оцінкою ваги валів вирішуємо питання в скільки разів вал суцільного перерізу важчий за порожнистий вал.

Приклад

Дано:

$$M_1 = 9,33 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

$$M_2 = 10 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

$$M_3 = 11,67 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

$$\omega = 30 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

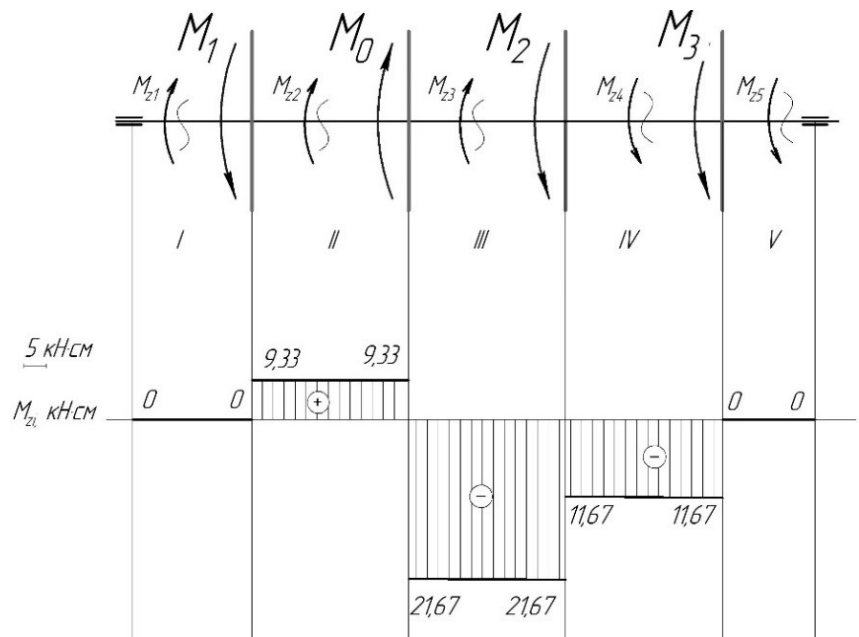
$$[\tau] = 40 \frac{\text{МН}}{\text{м}^2} = 4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$$

$$[\varphi_0] = 0,5 \frac{\text{град}}{\text{см}} = 0,01 \frac{\text{рад}}{\text{см}}$$

$$c = 0,6$$

$$G = 8 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$$

$$D_C - ? \quad D_{II} - ? \quad d_n - ? \quad \frac{G_C}{G_{II}} - ?$$



1. Знайдемо момент на ведучому шківі:

$$M_0 = M_1 + M_2 + M_3$$

$$M_0 = 9,33 + 10 + 11,67 = 31 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

2. Складемо рівняння рівноваги та будуємо в масштабі епюру крутних моментів.

I ділянка: $M_{Z1} = 0$

II ділянка:

$$\sum_{i=0}^2 M_{zi} = M_{Z2} - M_1 = 0$$

$$M_{Z2} = M_1 = 9,33 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

III ділянка:

$$\sum_{i=0}^3 M_{zi} = M_{Z3} - M_1 + M_0 = 0$$

$$M_{Z3} = M_1 - M_0 = 9,33 - 31 = -21,67 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

IV ділянка:

$$\sum_{i=0}^4 M_{zi} = M_{Z4} + M_3 = 0; \quad M_{Z4} = -M_3 = -11,67 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

V ділянка: $M_{Z5} = 0$

3. Розраховуємо діаметри валів суцільного та порожнистого перерізів, якщо небезпечна ділянка III має $\max M_z = 21,67 \text{ кН} \cdot \text{см}$

4. Розраховуємо діаметри валів суцільного та порожнистого перерізів

4.1. З умови міцності:

$$\max \tau = \frac{\max M_z}{W_p} \leq [\tau]$$

$$W_p \geq \frac{\max M_z}{[\tau]} \geq \frac{21,67}{4} \geq 5,42 \text{ см}^3$$

$$W_{pc} = \frac{\pi D_c^3}{16} \approx 0,2 D_c^3, \text{ звідси } D_c = \sqrt[3]{\frac{W_p}{0,2}} = \sqrt[3]{\frac{5,42}{0,2}} \approx 3 \text{ см}$$

$$W_{pn} = \frac{\pi D_n^3}{16} (1 - c^4) \approx 0,2 D_n^3 (1 - c^4) \Rightarrow D_n = \sqrt[3]{\frac{W_p}{0,2(1 - c^4)}} = \sqrt[3]{\frac{5,42}{0,2(1 - 0,6^4)}} \approx 3,15 \text{ см}$$

$$c = \frac{d_n}{D_n} \Rightarrow d_n = c \cdot D_n = 0,6 \cdot 3,15 \approx 1,89 \text{ см}$$

4.2. З умови жорсткості

$$\max \varphi_0 = \frac{\max M_z}{G \cdot J_p} \leq [\varphi_0]$$

$$J_p \geq \frac{\max M_z}{G[\varphi_0]} \geq \frac{21,67}{8 \cdot 10^3 \cdot 0,01} \geq 0,27 \text{ см}^3$$

$$J_{pc} = \frac{\pi D_c^4}{32} \approx 0,1 D_c^4, \text{ звідси } D_c = \sqrt[4]{\frac{J_p}{0,1}} = \sqrt[4]{\frac{0,27}{0,1}} \approx 1,28 \text{ см}$$

$$J_{pn} = \frac{\pi D_n^4}{32} (1 - c^4) \approx 0,1 D_n^4 (1 - c^4) \Rightarrow D_n = \sqrt[4]{\frac{J_p}{0,1(1 - c^4)}} = \sqrt[4]{\frac{0,27}{0,1(1 - 0,6^4)}} \approx 1,33 \text{ см}$$

$$c = \frac{d_n}{D_n} \Rightarrow d_n = c \cdot D_n = 0,6 \cdot 1,33 \approx 0,8 \text{ см}$$

За остаточні приймаємо розміри вала, розраховані з умови міцності (більші значення)

$$D_c = 3 \text{ см}$$

$$D_{\Pi} = 3,15 \text{ см}$$

$$d_{\Pi} = 1,89 \text{ см}$$

Зробимо оцінку ваги валів

$$\frac{G_c}{G_{\Pi}} = \frac{D_c^2}{D_{\Pi}^2(1 - c)} = \frac{3^2}{3,15^2(1 - 0,6^2)} = 1,42 \text{ рази}$$

Практична робота №7 РГЗ-7

Назва: Згин

Завдання: В завданні треба для заданої жорстко защемленої, або двоопорної балки побудувати епюри поперечних сил та згинальних моментів і визначити розміри прямокутного перерізу ($h=2b$), круглого перерізу і добрати номер двотаврової балки. Визначити раціональний переріз.

Алгоритм розв'язку:

1. Балку поділити на ділянки по характерним точкам.

а) Якщо балка жорстко защемлена можна не визначати реакції защемлення і починати одразу знаходити величини поперечних сил.

б) Якщо балка двоопорна, треба показати на схемі реакції опор і знайти їх значення з рівнянь рівноваги. Для цього записують рівняння моментів відносно однієї опори і розв'язують його відносно невідомої реакції. Потім складають аналогічне рівняння відносно іншої опори і знаходять з нього величину реакції другої пори. Знайдені реакції перевіряють рівнянням проєкцій сил на вісь Y .

2. Визначити вигляд епюри поперечних сил на кожній ділянці в залежності від зовнішнього навантаження. Треба пам'ятати, що під зовнішніми силами на епюрі поперечних сил буде стрибок на величину зовнішньої сили. Для одержання стрибка треба розсікати балку двічі біля сил – справа і зліва. В усіх інших точках балки переріз роблять один раз. Після винайдення значень поперечних сил будуємо в масштабі епюру Q_y .

3. Визначаємо вигляд епюри згинальних моментів на кожній ділянці в залежності від зовнішнього навантаження. Треба пам'ятати, що на епюрі M_x буде стрибок на величину зовнішнього моменту. Для одержання стрибка треба розсікати балку двічі біля моментів на схемі – справа і зліва. В усіх інших точках балки переріз роблять лише раз. Після винайдення значень згинальних моментів будуємо в масштабі епюру M_x .

4. Для даної балки, що має по всій довжині сталий переріз виконуємо проєктний розрахунок, тобто визначаємо W_x в небезпечному перерізі, де згинальний момент має найбільше за модулем значення. Розраховуємо прямокутний, круглий та добираємо двотавровий переріз.

5. Оцінюємо раціональність розрахованих перерізів. Найбільший коефіцієнт раціональності має найбільш доцільний переріз.

Приклад 1

Дано:

$$\bar{F}_1 = 18 \text{ кН}$$

$$\bar{F}_2 = 30 \text{ кН}$$

$$m_1 = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$m_2 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

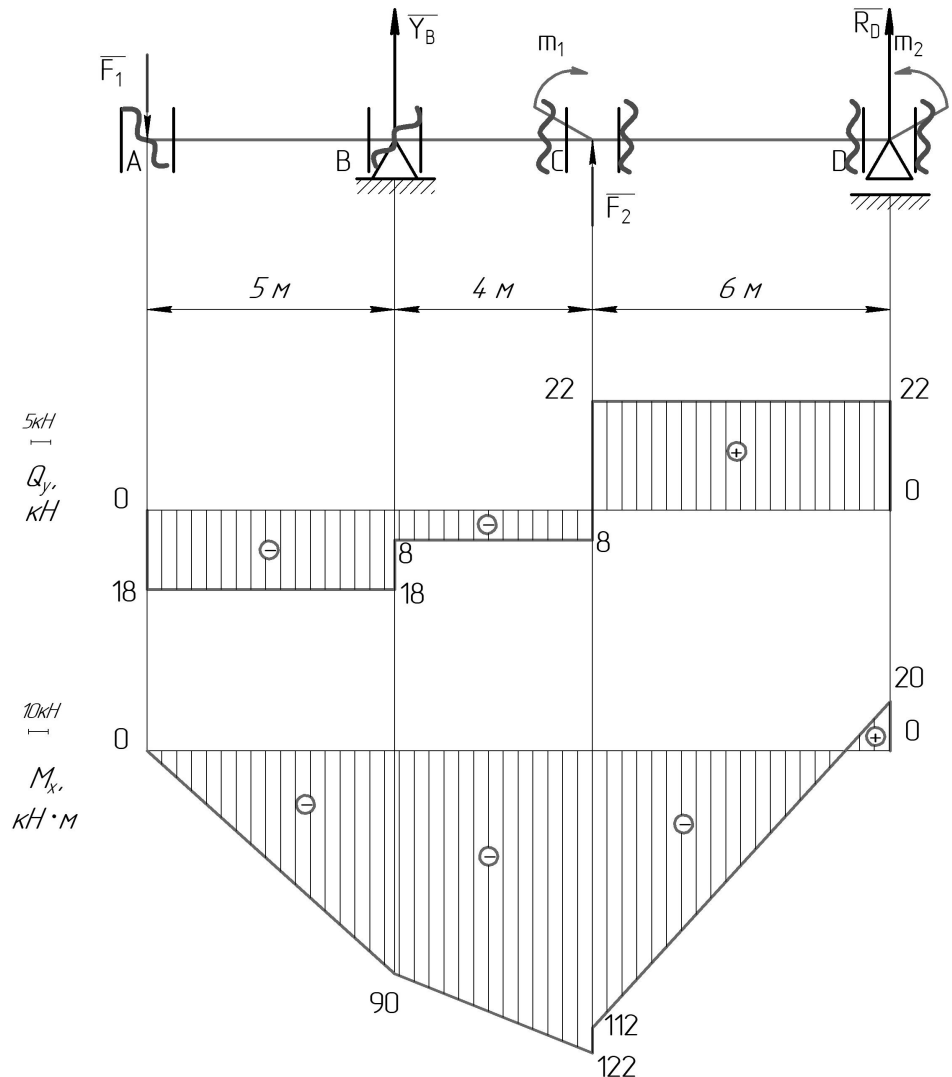
$$[\sigma] = 160 \text{ МПа}$$

$$h = 2b$$

$$Q_y - ? \quad M_x - ?$$

$$h - ? \quad b - ?$$

$$N^\circ \text{ I } - ?$$



1. Визначаємо реакції опор

$$\sum_{i=1}^6 m_B(F_i) = \bar{F}_1 \cdot AB + m_1 - \bar{F}_2 \cdot BC - m_2 - \bar{R}_D \cdot BD$$

$$\bar{R}_D = \frac{\bar{F}_1 \cdot AB + m_1 - \bar{F}_2 \cdot BC - m_2}{BD} = \frac{18 \cdot 5 + 10 - 30 \cdot 4 - 20}{10} = -22 \text{ кН}$$

$$\sum_{i=1}^6 m_D(F_i) = -\bar{F}_1 \cdot AD + \bar{Y}_B \cdot BD + m_1 + \bar{F}_2 \cdot CD - m_2 = 0$$

$$\bar{Y}_B = \frac{\bar{F}_1 \cdot AD - m_1 - \bar{F}_2 \cdot CD + m_2}{BD} = \frac{18 \cdot 15 - 10 - 30 \cdot 6 + 20}{10} = 10 \text{ кН}$$

$$\sum_{i=1}^4 y_i = -\bar{F}_1 + \bar{Y}_B + \bar{F}_2 + \bar{R}_D = -18 + 10 + 30 - 22 = 0$$

2. Знаходимо значення Q_y

$$Q_{yD}^{\text{спр}} = 0$$

$$Q_{yD}^{\text{злів}} = -\bar{R}_D = 22 \text{ кН}$$

$$Q_{yC}^{\text{спр}} = -\bar{R}_D = 22 \text{ кН}$$

$$Q_{yC}^{\text{злів}} = -\bar{R}_D - \bar{F}_2 = 22 - 30 = -8 \text{ кН}$$

$$Q_{yB}^{\text{спр}} = -\bar{R}_D - \bar{F}_2 = 22 - 30 = -8 \text{ кН}$$

$$Q_{yB}^{\text{злів}} = -\bar{F}_1 = -18 \text{ кН}$$

$$Q_{yA}^{\text{спр}} = -\bar{F}_1 = -18 \text{ кН}$$

$$Q_{yA}^{\text{злів}} = 0$$

3. Знаходимо значення M_x

$$M_{xD}^{\text{спр}} = 0$$

$$M_{xD}^{\text{злів}} = m_2 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_{xC}^{\text{спр}} = m_2 + \bar{R}_D \cdot CD = 20 - 22 \cdot 6 = -112 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_{xC}^{\text{злів}} = m_2 + \bar{R}_D \cdot CD - m_1 = 20 - 22 \cdot 6 - 10 = -122 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_{xB} = -\bar{F}_1 \cdot AB = -18 \cdot 5 = -90 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_{xA} = 0$$

4. Знаходимо W_x з умови міцності на згинання:

$$\max \sigma = \frac{\max M_x}{W_x} \leq [\sigma]; \quad W_x \geq \frac{\max M_x}{[\sigma]} \geq \frac{122 \text{ кН} \cdot \text{м}}{160 \text{ МПа}} \geq \frac{12200 \text{ кН} \cdot \text{см}}{16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}} \geq 763 \text{ см}^3$$

5.1 Прямокутник $h = 2b$

$$W_x = \frac{2}{3} b^3, \quad b = \sqrt[3]{1,5 W_x} = \sqrt[3]{1,5 \cdot 763} = 10,5 \text{ см}$$

$$h = 2b = 2 \cdot 10,5 = 21 \text{ см}$$

5.2 Круг

$$W_x = 0,1d^3$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{W_x}{0,1}} = \sqrt[3]{\frac{763}{0,1}} = 19,7 \text{ см}$$

5.3 Двотавр

$$\text{№36 } W_x = 743 \text{ см}^3$$

$$\text{№40 } W_x = 953 \text{ см}^3$$

$$763 \text{ см}^3 - 100\% \quad x = \frac{743 \cdot 100}{763} = 97,4\%$$

$$743 \text{ см}^3 - x\% \quad 100\% - 97,4\% = 2,6\% < 5\%$$

Обираємо $\perp$ №36, що має $W_x = 743 \text{ см}^3$, та площу поперечного перерізу $A = 61,9 \text{ см}^2$

6. Коефіцієнти раціональності перерізів:

Круг

$$\omega_x = \frac{W_x}{A\sqrt{A}} = \frac{W_x}{\frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{\pi d^2}{4}}} = \frac{763}{\frac{3,14 \cdot 19,7^2}{4} \sqrt{\frac{3,14 \cdot 19,7^2}{4}}} = 0,14$$

Прямокутник

$$\omega_x = \frac{W_x}{A\sqrt{A}} = \frac{W_x}{bh\sqrt{bh}} = \frac{763}{10,5 \cdot 21 \sqrt{10,5 \cdot 21}} = 0,23$$

Двотавр

$$\omega_x = \frac{W_x}{A\sqrt{A}} = \frac{763}{61,9 \sqrt{61,9}} = 1,56$$

Найбільш доцільним перерізом є двотавр, тому що коефіцієнт раціональності 1,56 є найбільшим.

2. Знаходимо значення M_x

$$M_{x_D} = 0$$

$$M_{x_C} = -\bar{F}_1 \cdot CD = -10 \cdot 3 = -30 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_{x_B}^{\text{спр}} = -\bar{F}_1 \cdot BD + \bar{F}_2 \cdot BC = -10 \cdot 7 + 20 \cdot 4 = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_{x_B}^{\text{злів}} = -\bar{F}_1 \cdot BD + \bar{F}_2 \cdot BC + m = -10 \cdot 7 + 20 \cdot 4 + 15 = 25 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_{x_A}^{\text{спр}} = -\bar{F}_1 \cdot AD + \bar{F}_2 \cdot AC + m = -10 \cdot 10 + 20 \cdot 7 + 15 = 55 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_{x_A}^{\text{злів}} = 0$$

3. Знаходимо W_x з умови міцності на згинання:

$$\max \sigma = \frac{\max M_x}{W_x} \leq [\sigma]; \quad W_x \geq \frac{\max M_x}{[\sigma]} \geq \frac{55 \text{ кН} \cdot \text{м}}{160 \text{ МПа}} \geq \frac{5500 \text{ кН} \cdot \text{см}}{16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}} \geq 344 \text{ см}^3$$

3.1 Прямокутник $h = 2b$:

$$W_x = \frac{2}{3} b^3, \quad b = \sqrt[3]{1,5 W_x} = \sqrt[3]{1,5 \cdot 344} = 8 \text{ см}$$

$$h = 2b = 2 \cdot 8 = 16 \text{ см}$$

3.2 Круг:

$$W_x = 0,1 d^3$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{W_x}{0,1}} = \sqrt[3]{\frac{344}{0,1}} = 15,1 \text{ см}$$

3.3 Двотавр:

$$\text{№24а} \quad W_x = 317 \text{ см}^3$$

$$\text{№27} \quad W_x = 371 \text{ см}^3$$

$$437,5 \text{ см}^3 - 100\% \quad x = \frac{317 \cdot 100}{344} = 92\%$$

$$407 \text{ см}^3 - x\% \quad 100\% - 92\% = 8\% > 5\%$$

Обираємо $\sqcap$ №27, що має $W_x = 371 \text{ см}^3$ та площу поперечного перерізу $A = 40,2 \text{ см}^2$

4. Коефіцієнти раціональності перерізів:

Круг

$$\omega_x = \frac{W_x}{A\sqrt{A}} = \frac{W_x}{\frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{\pi d^2}{4}}} = \frac{344}{\frac{3.14 \cdot 15,1^2}{4} \sqrt{\frac{3.14 \cdot 15,1^2}{4}}} = 0,11$$

Прямокутник

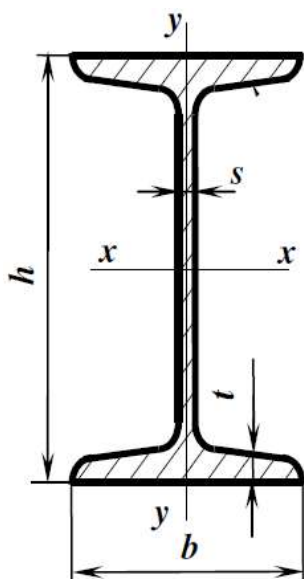
$$\omega_x = \frac{W_x}{A\sqrt{A}} = \frac{W_x}{bh\sqrt{bh}} = \frac{344}{8 \cdot 16\sqrt{8 \cdot 16}} = 0,24$$

Двотавр

$$\omega_x = \frac{W_x}{A\sqrt{A}} = \frac{344}{40,2\sqrt{40,2}} = 1,49$$

Найбільш доцільним перерізом є двотавр, тому що коефіцієнт раціональності 1,49 є найбільшим.

Додаток А – Двотаври сталеві гарячекатані (за ГОСТ 8239-89)



Позначення:

h – висота профілю

b – ширина полиці

s – товщина стінки

t – середня товщина полиці

A – площа поперечного перерізу

J – момент інерції

W – момент опору

i – радіус інерції

S – статичний момент напівперерізу

Приклад позначення профілю:

Двотавр 30 ГОСТ 8239-89

Таблиця А.1 – Номінальні розміри та довідкові параметри двотаврів

Номер профілю	Основні розміри, мм				A см ²	Довідкові значення для осей						
						X-X				Y-Y		
	h	b	s	t		J_X см ⁴	W_X см ³	i_X см	S_X см ³	J_Y см ⁴	W_Y см ³	i_Y см
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03
45	450	160	9	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09
50	500	170	10	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23
55	550	180	11	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39
60	600	190	12	17,8	138	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54

Додаток Б – Завдання за варіантами для РГЗ

РГЗ 1

Тема: Плоска система збіжних сил

Завдання: Знайти зусилля у стержнях AB і BC . Аналітичне рішення перевірити графічним способом.

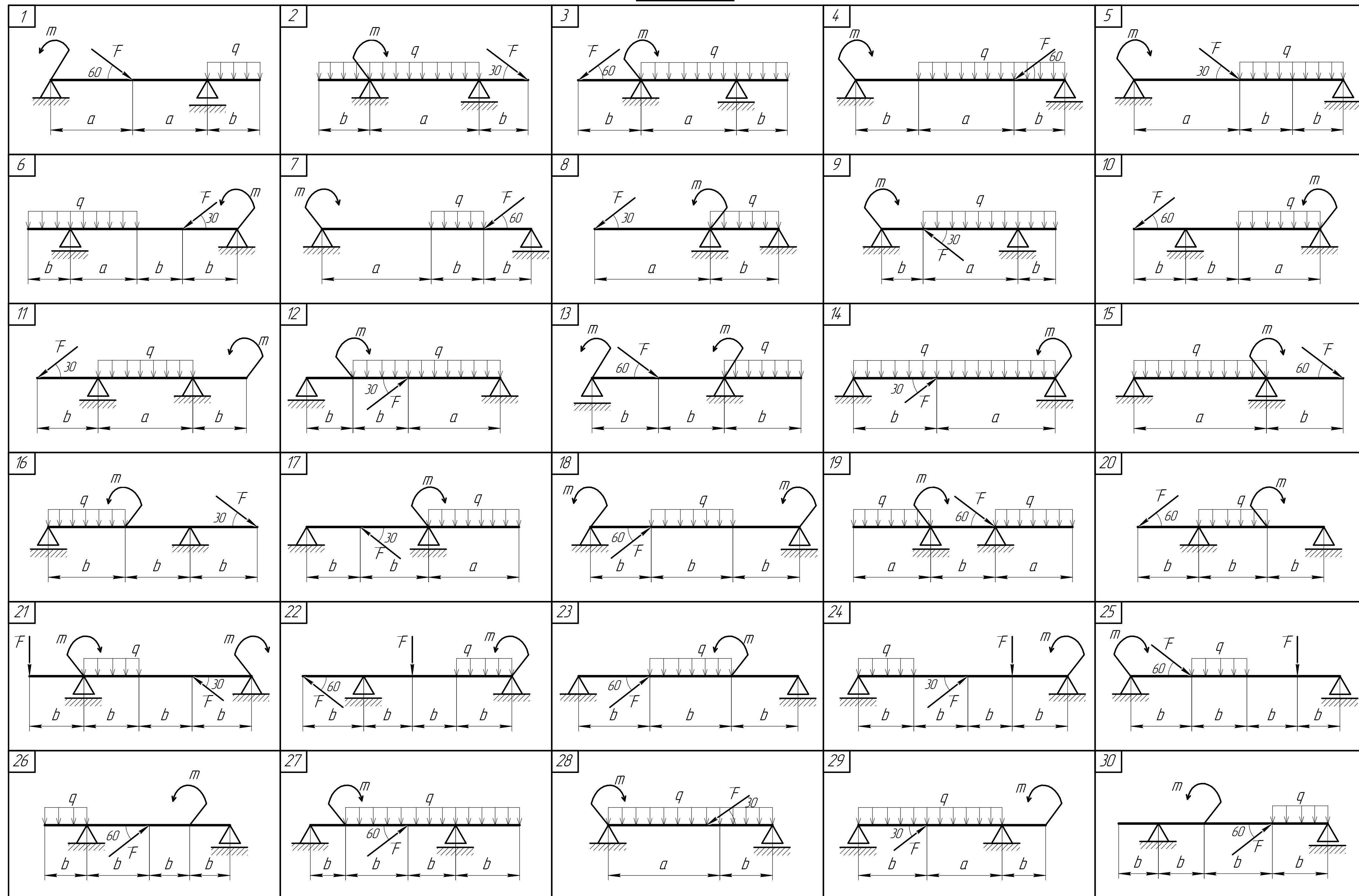
$G = 20 \text{ Н}$	$G = 30 \text{ Н}$	$G = 40 \text{ Н}$	$G = 50 \text{ Н}$	$G = 60 \text{ Н}$
1 	2 	3 	4 	5
6 	7 	8 	9 	10
11 	12 	13 	14 	15
16 	17 	18 	19 	20
21 	22 	23 	24 	25
26 	27 	28 	29 	30

РГЗ 2

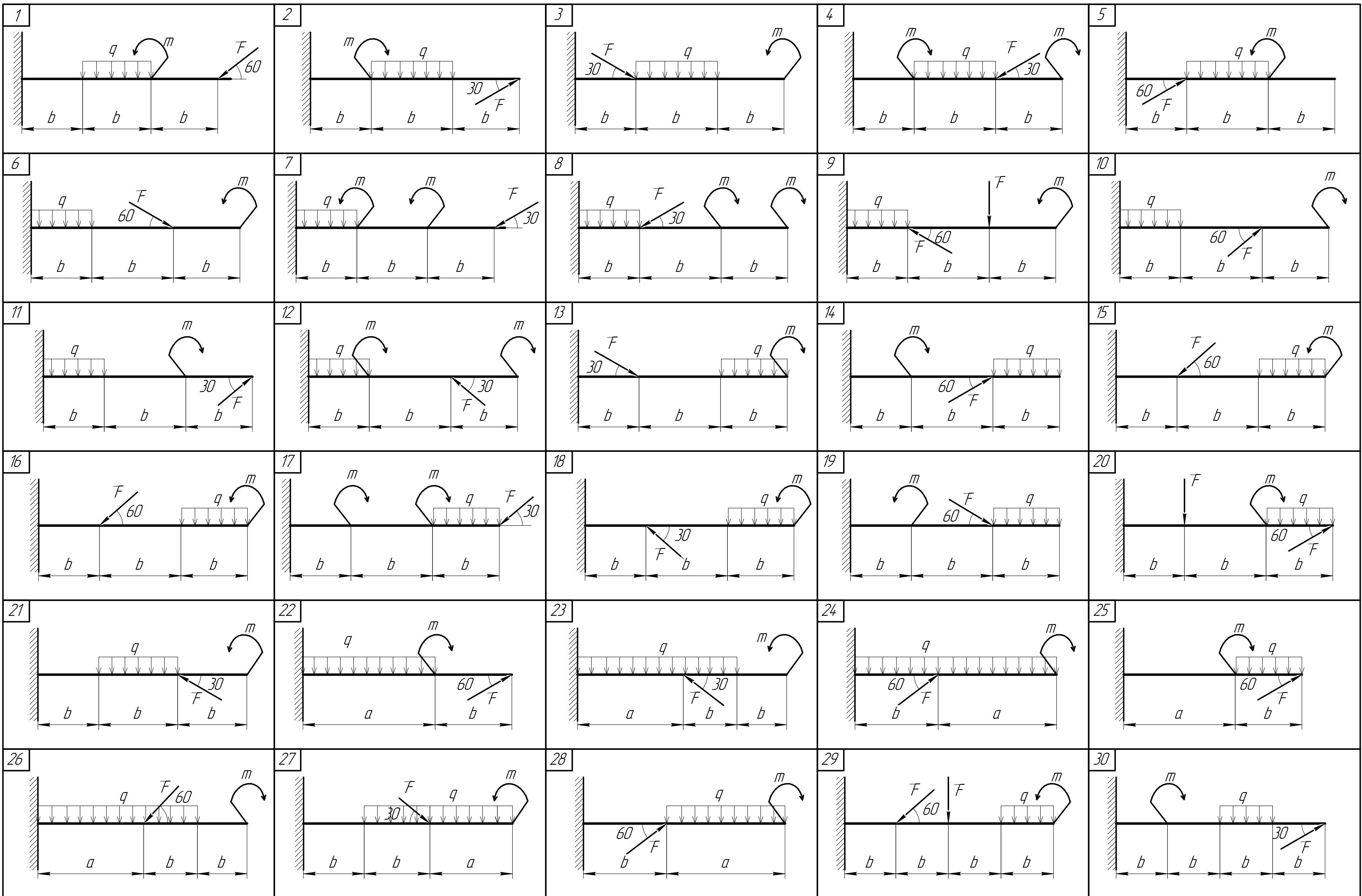
Тема: Довільна плоска система сил

Завдання: Визначити реакції двохопорної та зацмленої консольної балки, якщо: $F = 10 \text{ кН}$; $m = 12 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $q = 4 \text{ кН/м}$; $a = 3 \text{ м}$; $b = 1 \text{ м}$;

Задача 1



Задача 2



РГЗ 3

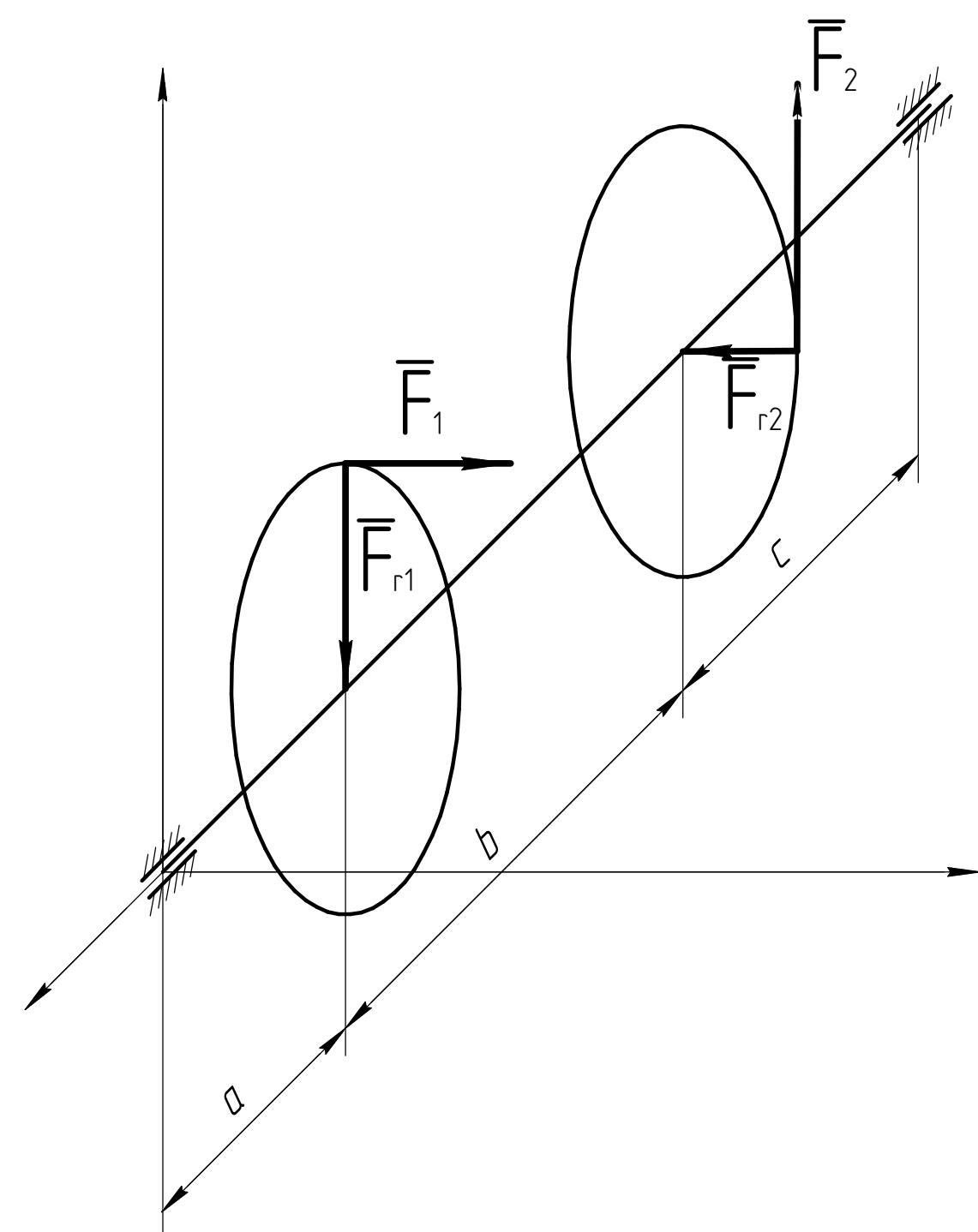
Тема: Довільна просторова система сил

Завдання: Визначити складові реакції в підшипниках

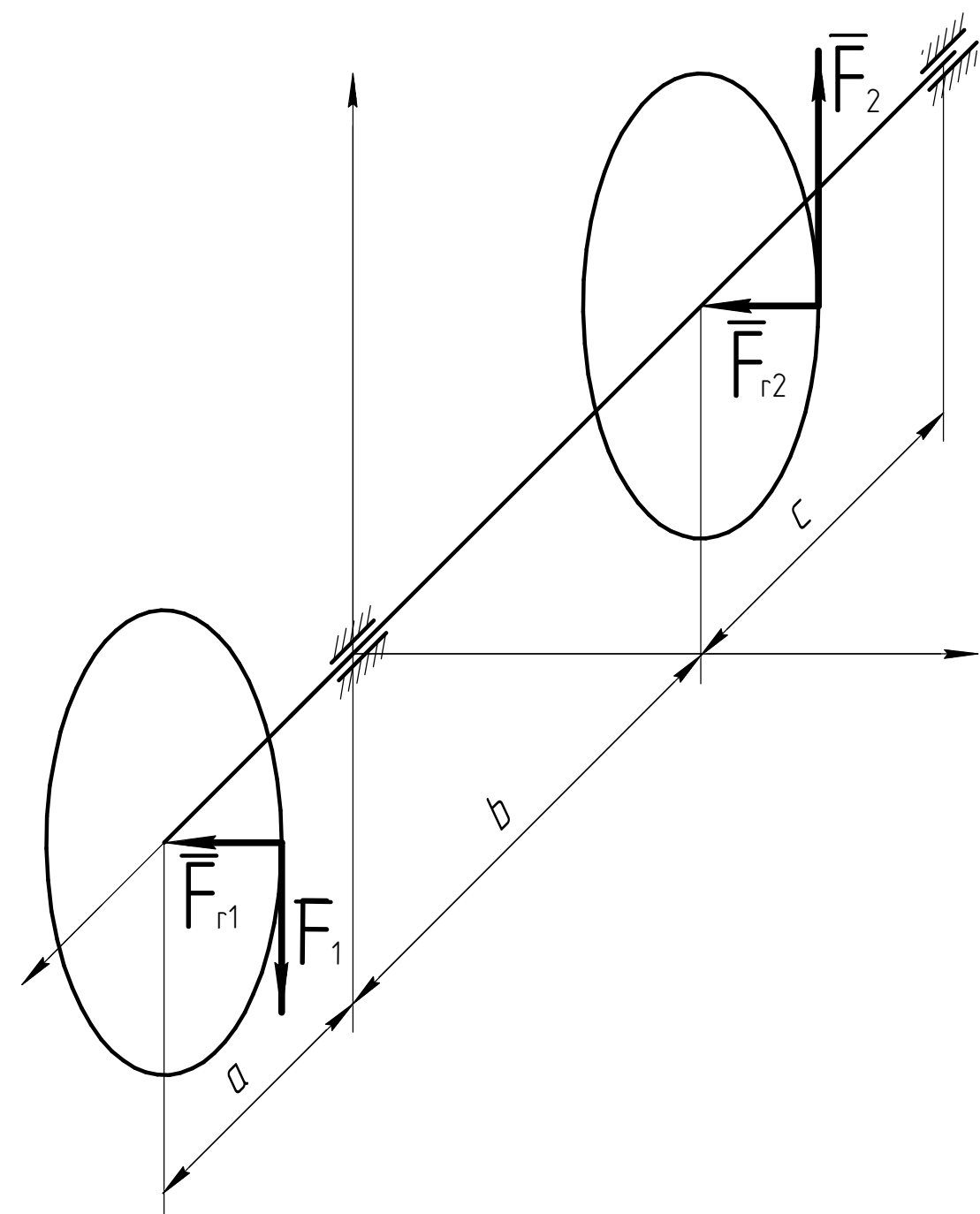
та сили F_1 або F_2 , якщо $F_{r1}=F_1 0,4$; $F_{r2}=F_2 0,4$

№ варіанту	№ схеми	F_1 , Н	F_2 , Н	a , см	b , см	c , см	d_1 , см	d_2 , см
1	1	100	–	10	20	15	40	80
2	2	200	–	10	10	10	20	40
3	3	100	–	10	15	20	12	36
4	4	–	100	20	10	15	30	40
5	5	–	300	15	20	20	10	30
6	6	–	200	15	10	10	40	60
7	7	400	–	20	15	10	24	36
8	8	100	–	10	20	10	10	40
9	9	–	200	10	10	15	40	80
10	10	–	400	15	15	20	20	50
11	1	–	500	20	15	10	10	30
12	2	–	300	20	15	10	15	25
13	3	–	100	15	10	10	20	35
14	4	200	–	20	20	10	10	20
15	5	300	–	10	15	20	24	48
16	6	400	–	15	10	20	30	40
17	7	–	200	10	20	10	20	60
18	8	–	300	10	15	20	12	36
19	9	100	–	15	20	15	10	30
20	10	200	–	15	15	10	20	50
21	1	800	–	20	10	20	60	30
22	2	600	–	15	10	20	40	15
23	3	400	–	20	10	20	36	12
24	4	–	400	10	15	20	24	10
25	5	–	100	20	10	10	40	30
26	6	–	100	20	15	10	60	20
27	7	200	–	15	10	20	30	15
28	8	300	–	10	20	15	48	12
29	9	–	100	10	15	15	20	15
30	10	100	–	10	20	15	30	10

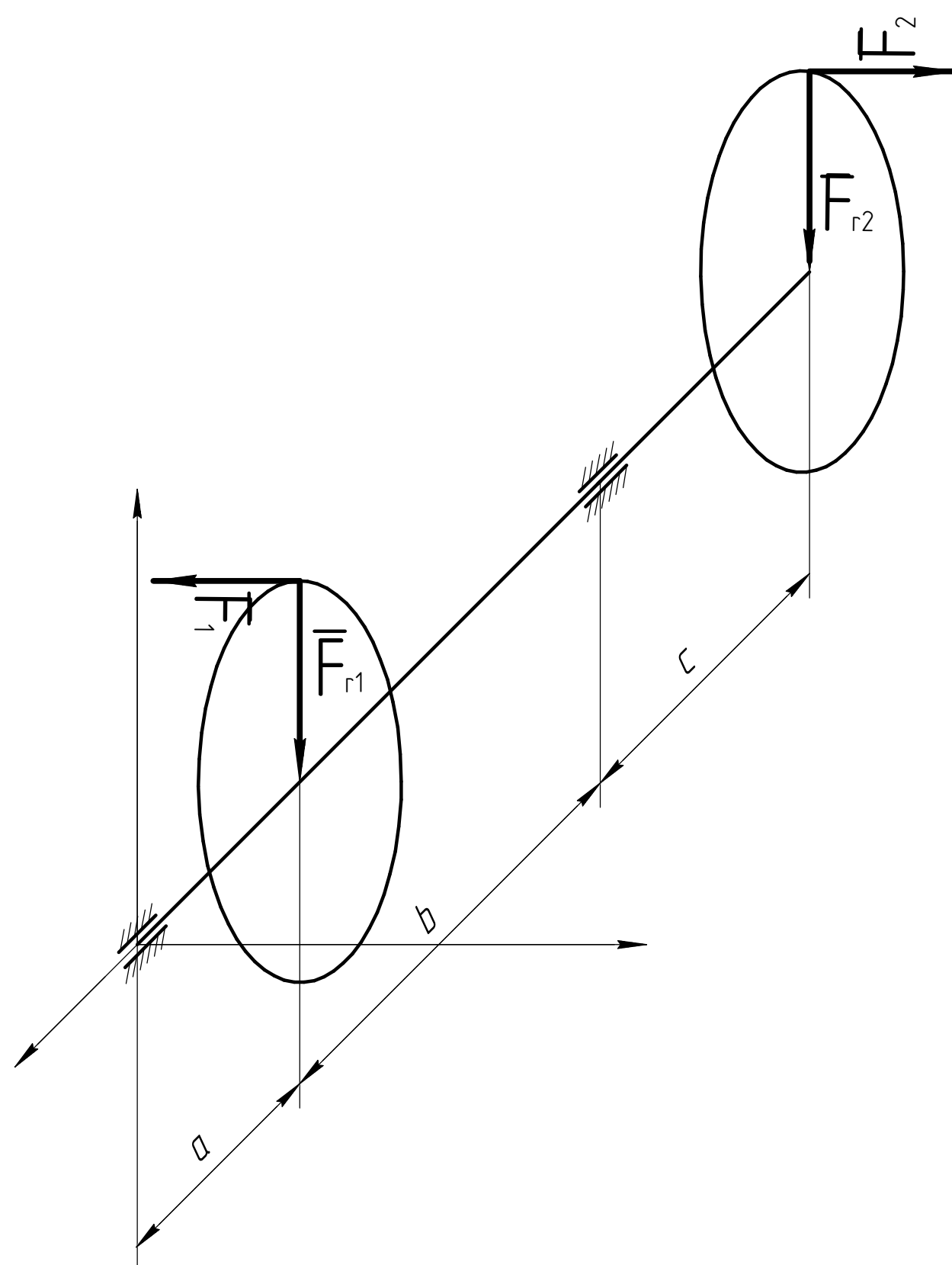
1



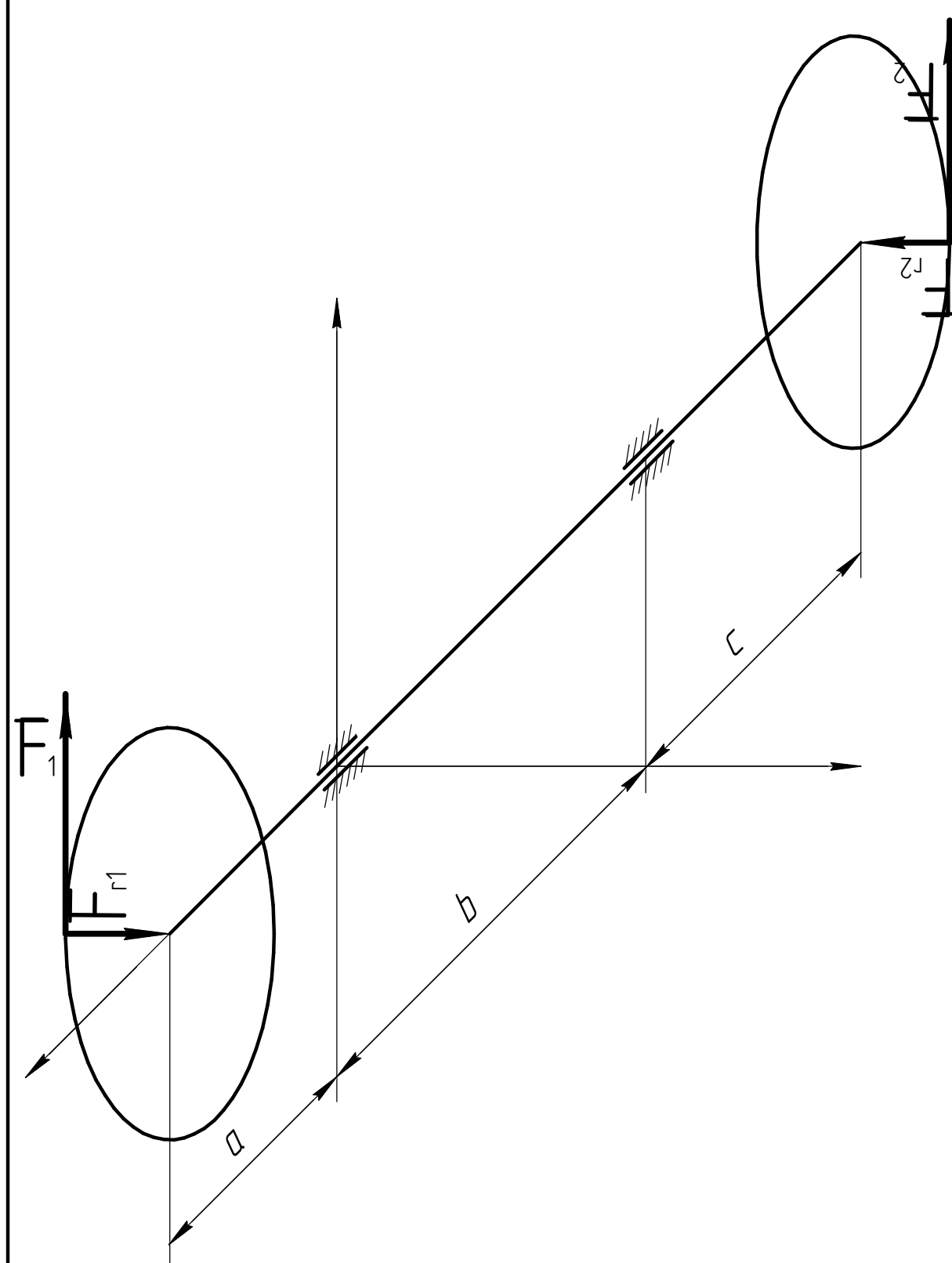
2



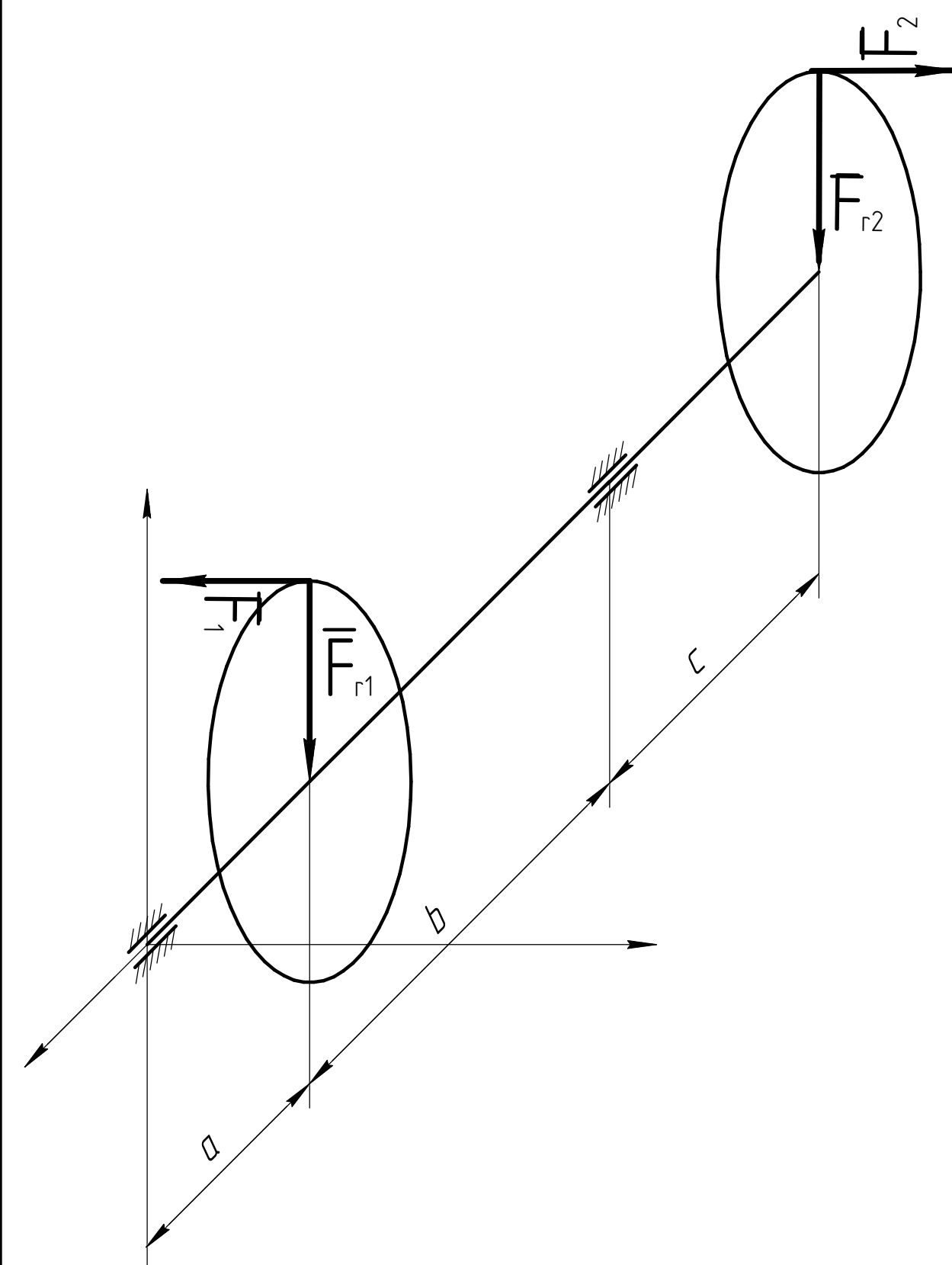
3



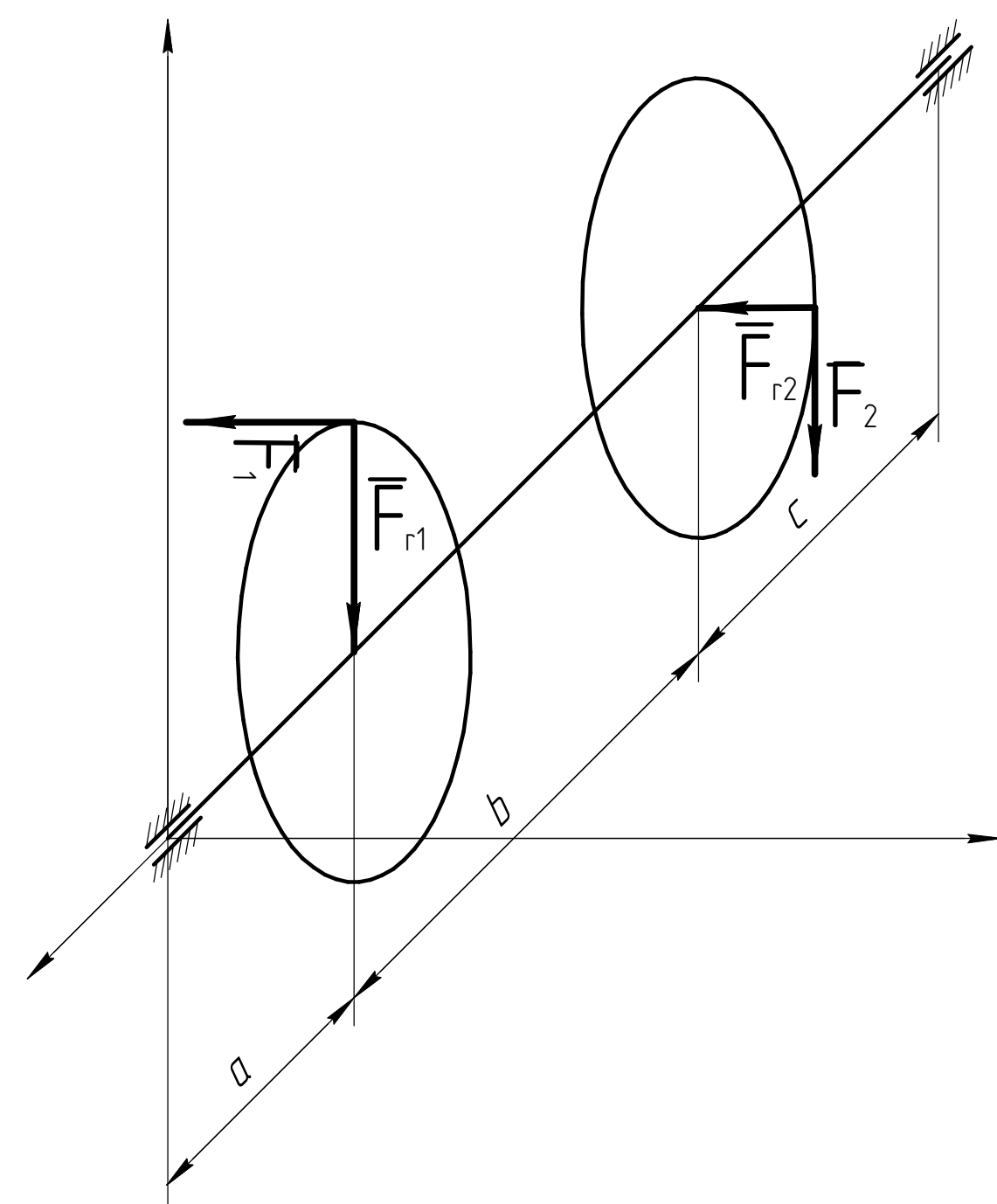
4



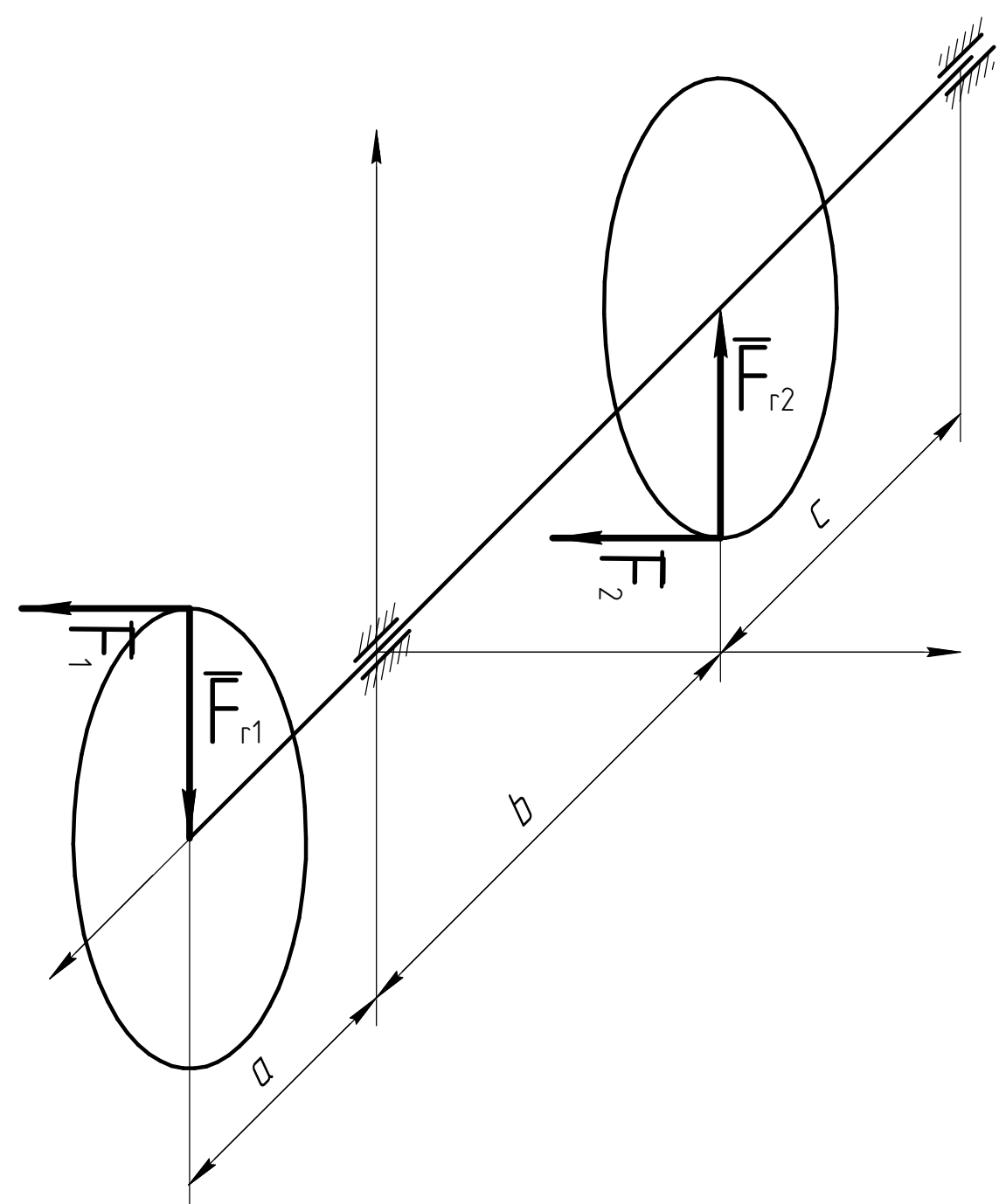
5



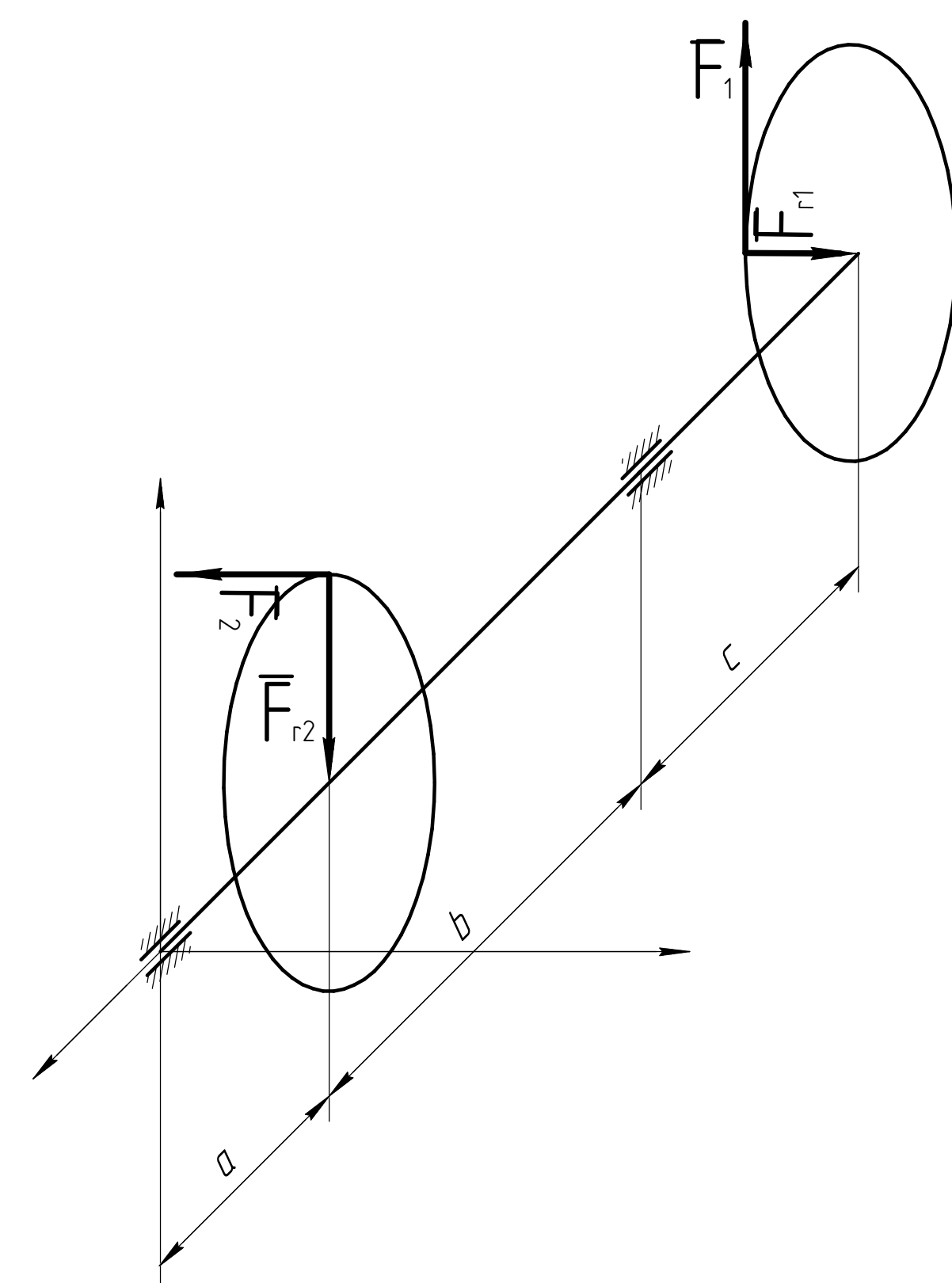
6



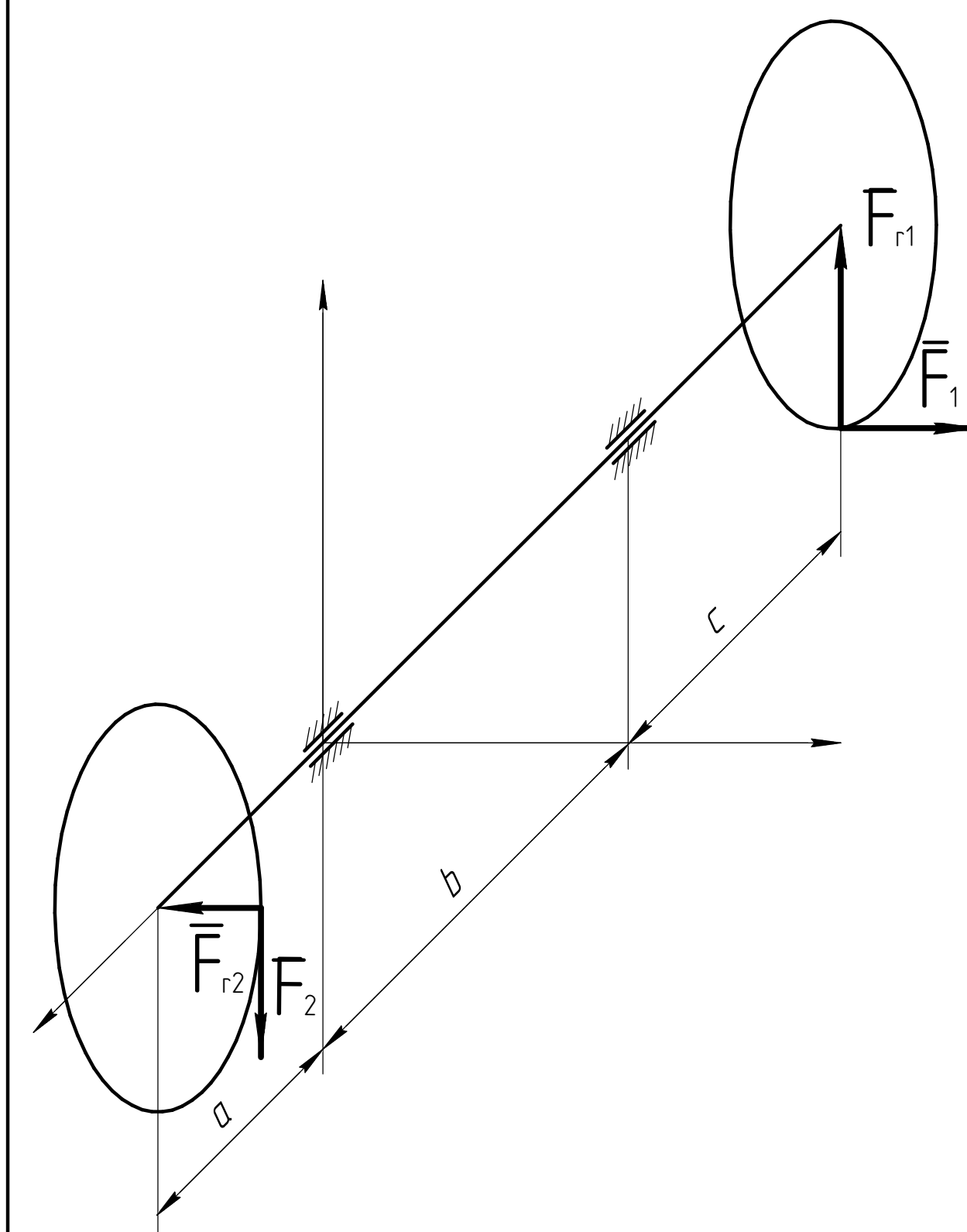
7



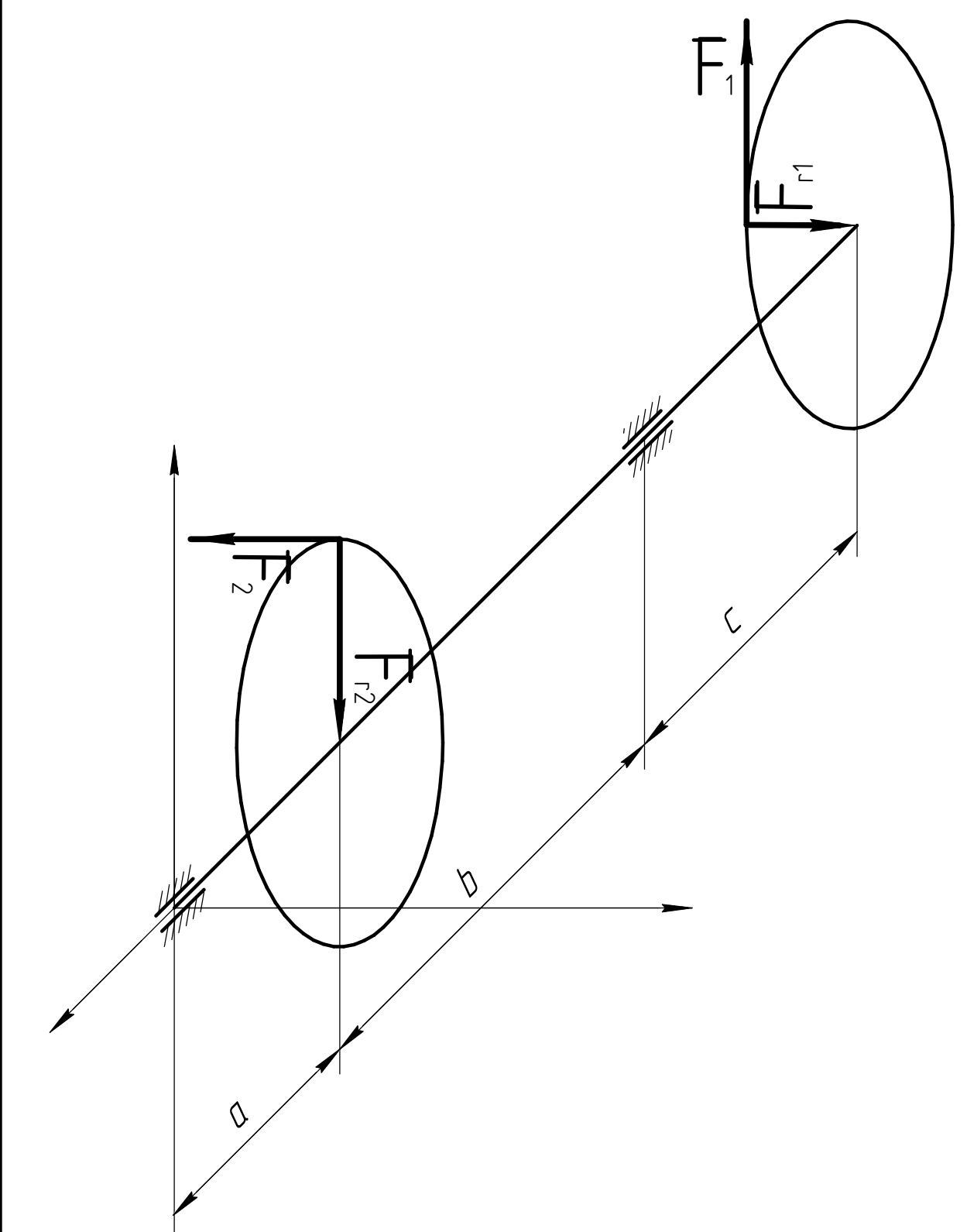
8



9

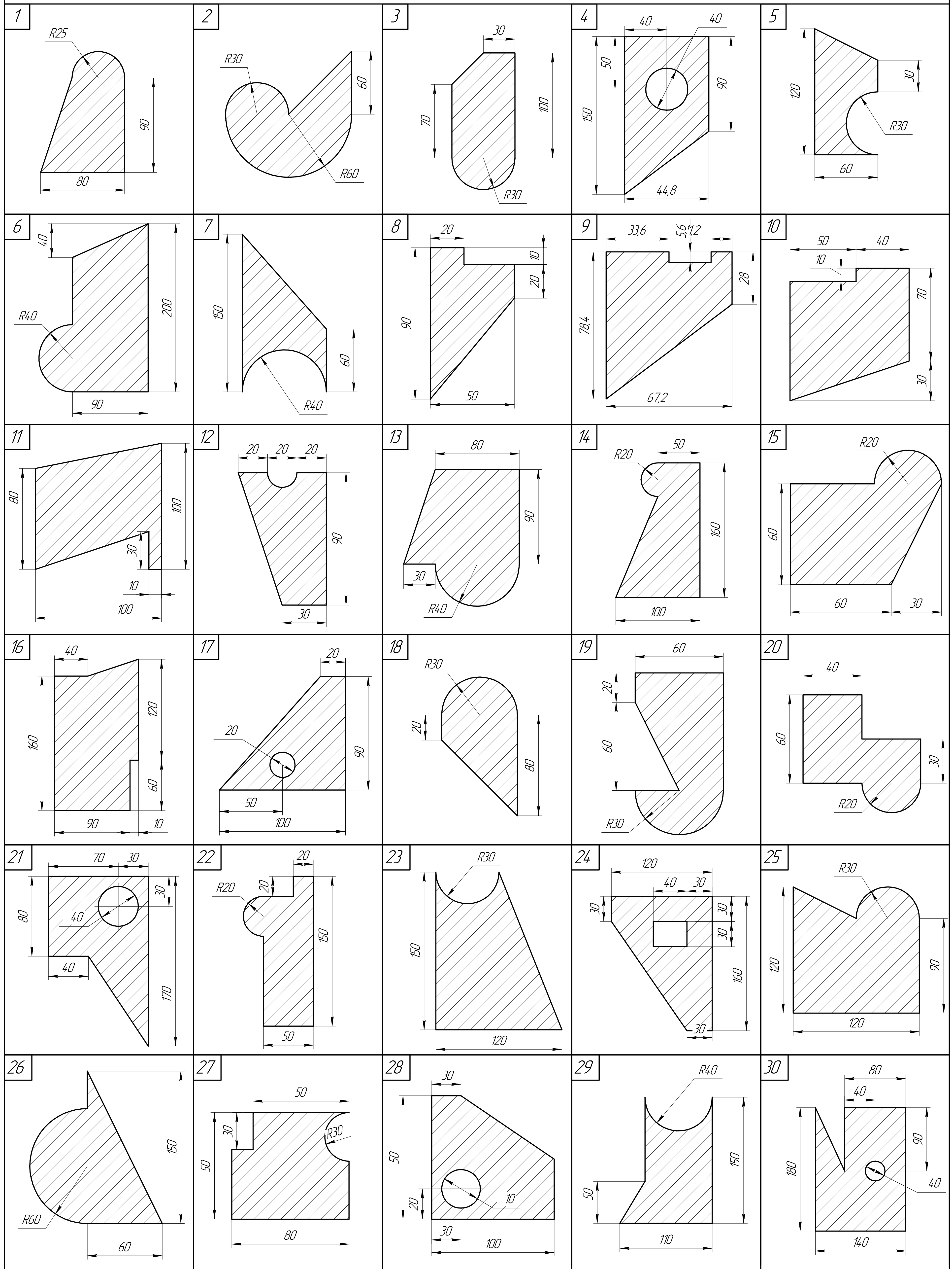


10



РГЗ 4

Тема: Центр ваги

Завдання: Визначити центр ваги складної фігури x_c -?, y_c -?

РГЗ 5

Тема: Розтяг. Стиск.

Завдання: Побудувати епюру поздовжніх сил та нормальних напружень. Визначити подовження стрижня та перевірити міцність.

№ вар.	F_1 , кН	F_2 , кН	F_3 , кН	A_1 , см ²	A_2 , см ²	l_1 , м	l_2 , м	l_3 , м	l_4 , м	l_5 , м	$\sigma_{\text{тв}}$, МПа	[п]	Схема
1	60	40	30	4	5	3,5	1,5	3	1		360	2	
2	40	20	20	4	5	3,5	1,5	3	1		420	2	
3	50	80	40	4	5	3,5	1,5	3	1		400	2	
4	80	30	20	4	5	4	2	2,5	1,5		290	2	
5	20	50	10	4	5	4	2	2,5	1,5		440	2	
6	50	60	50	4	5	4	2	2,5	1,5		320	2	
7	40	80	40	5	4	1	3	4	3,5	1,5	320	2	
8	30	20	10	5	4	1	3	4	3,5	1,5	260	2	
9	20	60	50	5	4	1	3	4	3,5	1,5	410	2	
10	40	20	40	5	4	1,5	2,5	3,5	3	1	440	2	
11	80	40	100	5	4	1,5	2,5	3,5	3	1	460	2	
12	50	60	80	5	4	1,5	2,5	3,5	3	1	300	2	
13	40	50	40	5	4	2	2	3	3		460	2	
14	30	80	10	5	4	2	2	3	3		380	2	
15	60	20	40	5	4	2	2	3	3		360	2	
16	70	20	70	5	4	1,5	1,5	2	2		360	2	
17	80	40	60	5	4	1,5	1,5	2	2		400	2	
18	10	20	30	5	4	1,5	1,5	2	2		320	2	
19	30	70	60	5	2,5	1	4	1,5	2	3	320	2	
20	50	90	30	5	2,5	1	4	1,5	2	3	420	2	
21	10	80	40	5	2,5	1	4	1,5	2	3	380	2	
22	40	40	30	5	2,5	1	3	2	1,5	3,5	280	2	
23	70	80	10	5	2,5	1	3	2	1,5	3,5	360	2	
24	20	80	50	5	2,5	1	3	2	1,5	3,5	320	2	
25	50	60	80	2,5	5	1,5	3,5	2	2,5	1,5	380	2	
26	60	20	60	2,5	5	1,5	3,5	2	2,5	1,5	400	2	
27	30	50	10	2,5	5	1,5	3,5	2	2,5	1,5	320	2	
28	40	10	10	2,5	5	1	4	3	3	1,5	320	2	
29	60	20	60	2,5	5	1	4	3	3	1,5	340	2	
30	70	30	30	2,5	5	1	4	3	3	1,5	300	2	

РГЗ 6

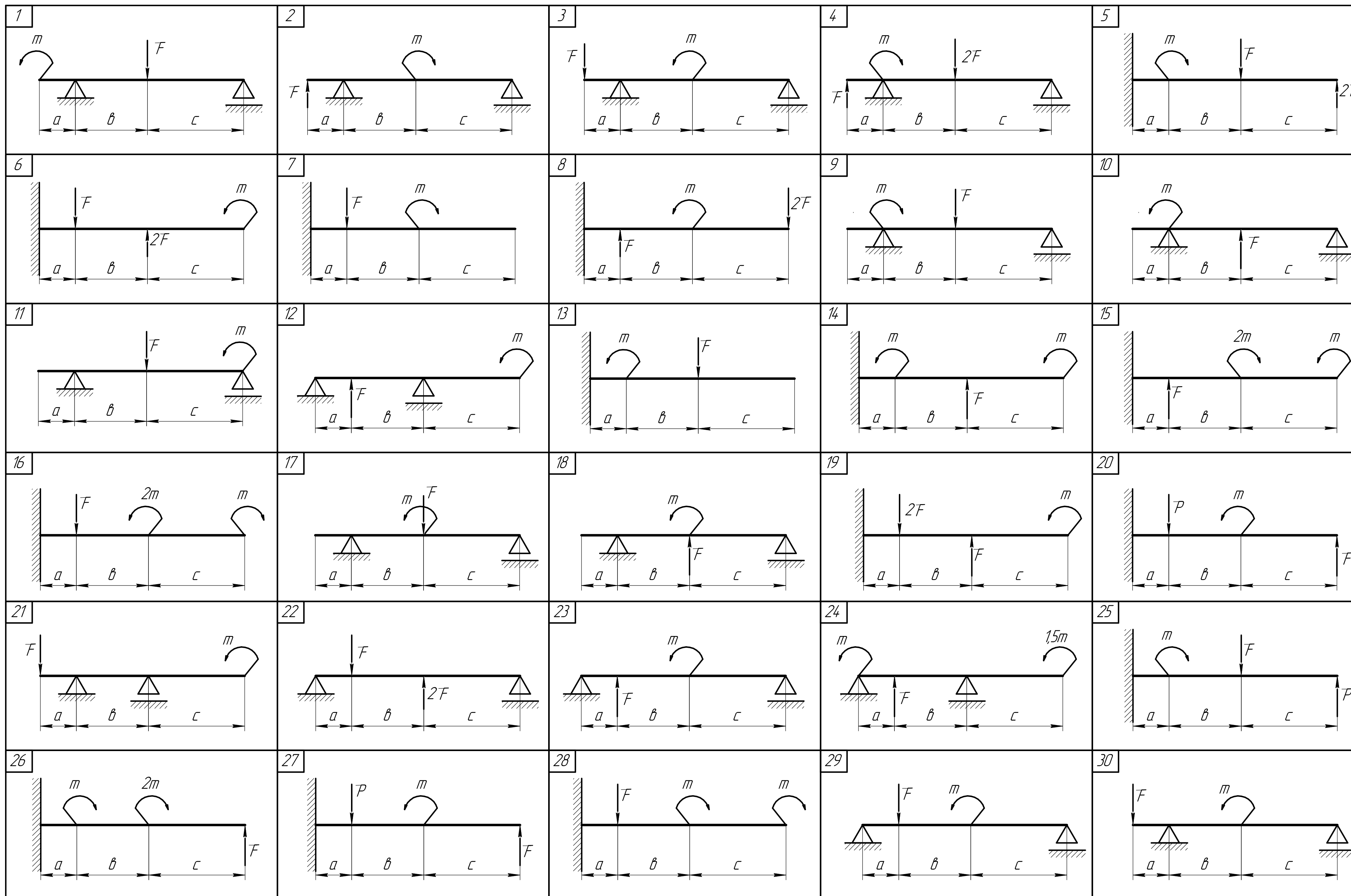
Тема: Кручення

Завдання: Побудувати епюру крутних моментів. Обчислити діаметри суцільного та порожнистого валів з розрахунку на міцність та жорсткість. Порівняти вагу суцільного та порожнистого валів. Прийняти $[\varphi_0]=0,5$ град/см; $c = 0,6$

№ вар.	Крутні моменти, Н·м			Кутова швидкість ω , рад/с	Допустиме напруження на кручення [τ], МН/м ²	Схема
	M_1	M_2	M_3			
1	300	400	220	40	25	
2	80	140	120	25	28	
3	320	380	250	35	30	
4	83	107	100	30	32	
5	350	350	280	40	35	
6	80	90	100	35	40	
7	380	320	300	60	28	
8	75	70	55	40	28	
9	400	300	320	60	30	
10	160	125	125	20	32	
11	420	280	350	40	35	
12	120	80	100	28	40	
13	450	200	380	40	25	
14	133	67	110	30	28	
15	300	400	220	40	30	
16	120	63	87	35	32	
17	320	380	250	40	35	
18	112	63	85	40	40	
19	350	320	280	40	25	
20	44	62	44	45	28	
21	380	350	300	40	30	
22	50	60	50	50	32	
23	400	380	220	40	35	
24	47	50	43	60	40	
25	420	400	250	40	25	
26	45	50	45	70	28	
27	300	220	280	40	30	
28	40	25	35	50	32	
29	320	280	300	40	35	
30	70	50	60	50	40	

РГЗ 7
Тема: Згин

Для даної балки потрібно: а) побудувати епюри поперечних сил та згинальних моментів; б) визначити з розрахунку на міцність розміри поперечних перерізів слідуєчих типів: 1) круг; 2) прямокутник $h/b = 2$; 3) двотавр; в) визначити раціональний переріз.
Прийняти: $F = 40 \text{ кН}$; $P = 60 \text{ кН}$; $m = 60 \text{ кНм}$; $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$; $a = 1 \text{ м}$; $b = 2 \text{ м}$; $c = 3 \text{ м}$.



Додаток В – Зразки оформлення РГЗ

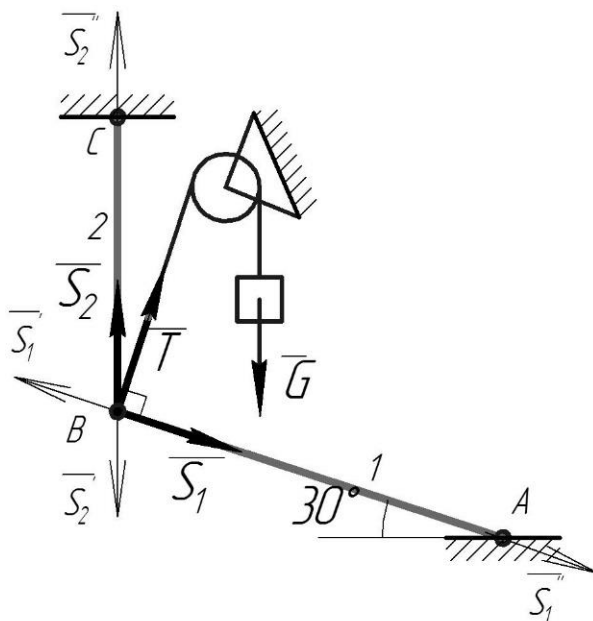
Дано:

$$G = 10 \text{ кН}$$

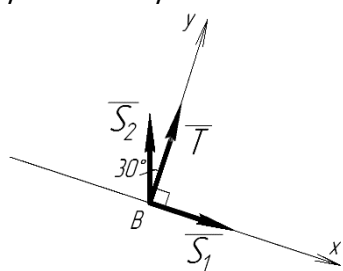
$$S'_1 = S''_1 - ?$$

$$S'_2 = S''_2 - ?$$

1. Зображаємо схему, показуємо деформації розтягання стержнів, зусилля в стержнях S'_1, S''_1, S'_2, S''_2 та їх реакції S_1, S_2



2. Зображаємо окремо шарнір B з реакціями S_1, S_2 , силою T та складаємо рівняння рівноваги:



$$\sum_{i=1}^3 x_i = S_1 - S_2 \sin 30^\circ = 0$$

$$\sum_{i=1}^3 y_i = T + S_2 \cos 30^\circ = 0$$

з 2 рівняння: $S_2 = -\frac{T}{\cos 30^\circ} = -\frac{10}{0,866} = -11,5 \text{ кН}$ (стискання)

з 1 рівняння: $S_1 = S_2 \sin 30^\circ = -11,5 \cdot 0,5 = -5,75 \text{ кН}$ (стискання)

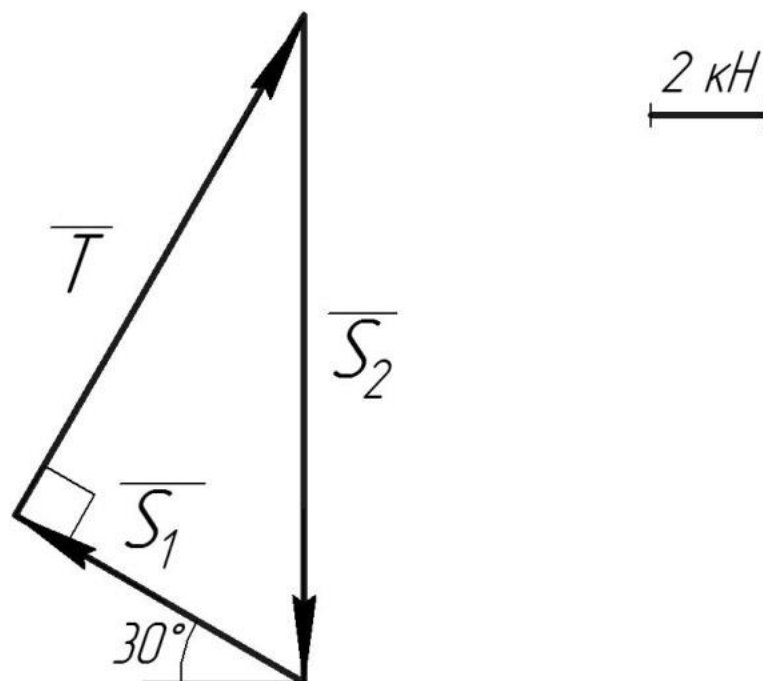
3. Модулі реакції та зусиль рівні, отже

Для 1 стержня $S'_1 = S''_1 = -5,75 \text{ кН}$ (стискання)

Для 2 стержня $S'_2 = S''_2 = -11,5 \text{ кН}$ (стискання)

					РГЗ 22.0134.0101.001		
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата	ПСЗС ФКРКМ ДНУ єр.ТВ-20-1		
Розроб.		Шевченко О.О.					
Перевір.		Козельська А.Р.					
					Літера Аркуш Аркуші		
						1	2

4. Графічний розв'язок



Вимірявши довжини сторін та узгодивши з масштабом бачимо, що графічний розв'язок співпадає з аналітичним рішенням

Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата

РГЗ 22.0134.0101.001

Арк.

2

Задача №1
Визначити реакції двоопорної балки

Дано:

$$F = 10 \text{ кН}$$

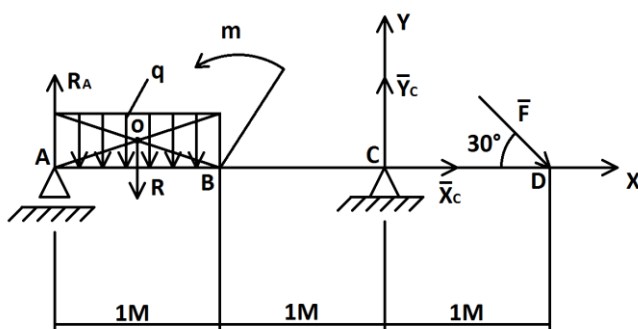
$$m = 12 \text{ кН/м}$$

$$q = 4 \text{ кН/м}$$

$$X_C = ?$$

$$Y_C = ?$$

$$R_A = ?$$



$$R = q \cdot AB = 4 \cdot 1 = 4 \text{ кН}$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^4 x_i = \bar{X}_C + \bar{F} \cdot \cos 30^\circ = 0 & (1) \\ \sum_{i=1}^4 y_i = \bar{Y}_C + \bar{R}_A - \bar{R} - \bar{F} \cdot \sin 30^\circ = 0 & (2) \\ \sum_{i=1}^5 m_E(\bar{F}_i) = \bar{R}_A \cdot AC - \bar{R} \cdot OC - m + \bar{F} \cdot CD \cdot \sin 30^\circ = 0 & (3) \end{cases}$$

$$3(1) \quad \bar{X}_C = -\bar{F} \cdot \cos 30^\circ = -10 \cdot 0.866 = -8.66 \text{ кН}$$

$$3(3) \quad \bar{R}_A = \frac{\bar{R} \cdot OC + m - \bar{F} \cdot CD \cdot \sin 30^\circ}{AC} = \frac{4 \cdot 1.5 + 12 - 10 \cdot 1 \cdot 0.5}{2} = 13.94 \text{ кН}$$

$$3(2) \quad \bar{Y}_C = -\bar{R}_A + \bar{R} + \bar{F} \cdot \sin 30^\circ = -13.94 + 4 + 10 \cdot 0.5 = -19.82 \text{ кН}$$

Перевірка:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^5 m_D(\bar{F}_i) &= \bar{R}_A \cdot AD - \bar{R} \cdot OD - m + \bar{Y}_C \cdot CD = \\ &= 13.94 \cdot 3 - 4 \cdot 2.5 - 12 - 19.82 \cdot 1 = 0 \end{aligned}$$

$$\text{Відповідь: } \bar{X}_C = -8.66 \text{ кН}; \bar{Y}_C = -19.82 \text{ кН}; \bar{R}_A = 13.94 \text{ кН}$$

					РГЗ 22.0134.0101.002		
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата	ДПСС		
Розроб.		Шевченко О.О.					
Перевір.		Козельська А.Р.					
					Літера	Аркуш	Аркушів
						1	2
					ФКРКМ ДНУ єр.ТВ-20-1		

Задача №2
Визначити реакції зашцефленої консольної балки

Дано:

$$F = 10 \text{ кН}$$

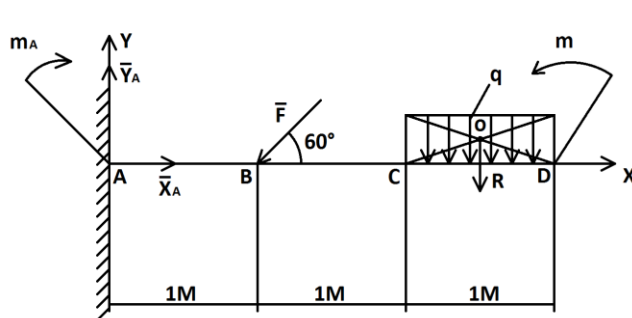
$$m = 12 \text{ кН/м}$$

$$q = 4 \text{ кН/м}$$

$$X_A = ?$$

$$Y_A = ?$$

$$m_A = ?$$



$$R = q \cdot CD = 4 \cdot 1 = 4 \text{ кН}$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^4 x_i = \bar{X}_A - \bar{F} \cdot \cos 60^\circ = 0 & (1) \\ \sum_{i=1}^4 y_i = \bar{Y}_A - \bar{F} \cdot \sin 60^\circ - \bar{R} = 0 & (2) \\ \sum_{i=1}^6 m_A(\bar{F}_i) = m_A + \bar{F} \cdot AB \cdot \sin 60^\circ + \bar{R} \cdot AO - m = 0 & (3) \end{cases}$$

$$3(1) \quad \bar{X}_A = \bar{F} \cdot \cos 60^\circ = 10 \cdot 0,5 = 5 \text{ кН}$$

$$3(2) \quad \bar{Y}_A = \bar{F} \cdot \sin 60^\circ + \bar{R} = 10 \cdot 0,866 + 4 = 12,66 \text{ кН}$$

$$3(3) \quad m_A = -\bar{F} \cdot AB \cdot \sin 60^\circ - \bar{R} \cdot AO + m = -10 \cdot 1 \cdot 0,866 - 4 \cdot 2,5 + 12 = -6,66 \text{ кН/м}$$

Перевірка:

$$\sum_{i=1}^6 m_B(F_i) = m_A + \bar{Y}_A \cdot AB + \bar{R} \cdot BO - m = -6,66 + 12,66 \cdot 1 + 4 \cdot 1,5 - 12 = 0$$

$$\text{Відповідь: } \bar{X}_A = -5 \text{ кН}; \bar{Y}_A = 12,66 \text{ кН}; m_A = -6,66 \text{ кН}$$

					РГЗ 22.0134.0101.002	Арк.
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		2

Дано:

$$F_1 = 100\text{H}$$

$$d_1 = 0,3\text{м}$$

$$d_2 = 0,1\text{м}$$

$$F_r = 0,4F$$

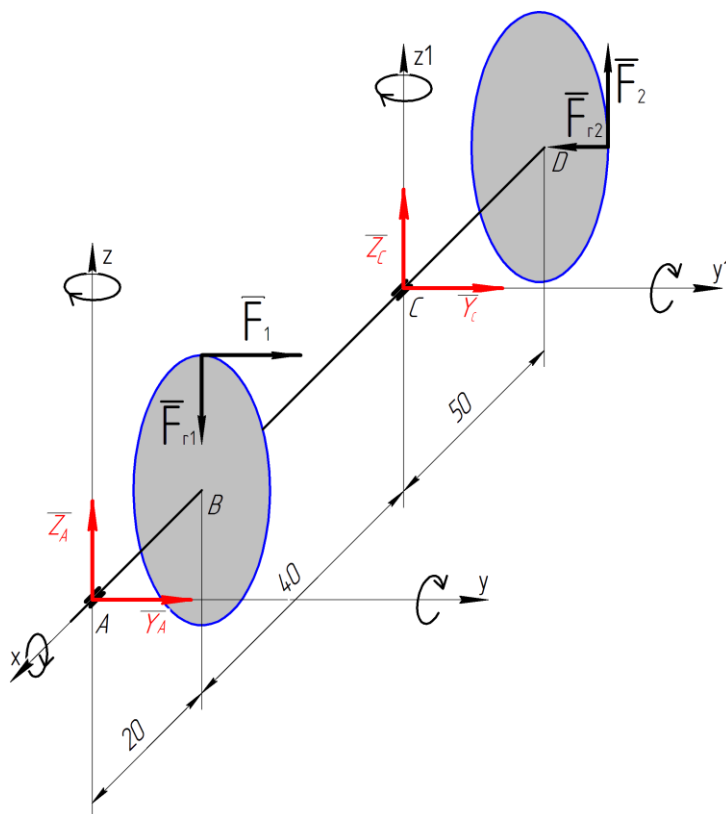
1. Проводимо осі z, y – через підшипник A , вісь x співпадає з валом.

$$2. F_{r1} = 0,4F_1 = 0,4 \cdot 100 = 40\text{H}$$

$$F_2 - ?$$

$$Y_A, Z_A - ?$$

$$Y_C, Z_C - ?$$



2. Рівняння рівноваги:

$$\sum_{i=1}^8 x_i = 0 \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^8 y_i = Y_A + F_1 + Y_C - F_{r2} = 0 \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^8 z_i = Z_A - F_{r1} + Z_C + F_2 = 0 \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^8 m_x(\bar{F}_i) = F_1 \frac{d_1}{2} - F_2 \frac{d_2}{2} = 0 \quad (4)$$

					РГЗ 22.0134.0101.003			
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата				
Розроб.		Шевченко О.О.			ДПрСС		Літера	Аркуш
Перевір.		Козельська А.Р.						Аркуші
							1	2
							ФКРКМ ДНУ єр.ТВ-20-1	

$$\sum_{i=1}^8 m_y(\bar{F}_i) = F_{r1} \cdot AB - Z_c \cdot AC - F_2 \cdot AD = 0 \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^8 m_z(\bar{F}_i) = F_1 \cdot AB + Y_c \cdot AC - F_{r2} \cdot AD = 0 \quad (6)$$

За умовою $F_{r2} = 0,4F_2$

З (4) рівняння: $F_2 = \frac{F_1 \cdot d_1}{d_2} = \frac{100 \cdot 0,3}{0,1} = 300(\text{H})$

Отже $F_{r2} = 0,4F_2 = 0,4 \cdot 300 = 120(\text{H})$

З (5) рівняння: $Z_c = \frac{F_{r1} \cdot AB - F_2 \cdot AD}{AC} = \frac{40 \cdot 20 - 300 \cdot 110}{60} = -536,67(\text{H})$

З (6): $Y_c = \frac{-F_1 \cdot AB + F_{r2} \cdot AD}{AC} = \frac{-100 \cdot 20 + 120 \cdot 110}{60} = 186,7(\text{H})$

З (2): $Y_A = -F_1 - Y_c + F_{r2} = -100 - 186,7 + 120 = -166,67(\text{H})$

З (3): $Z_A = F_{r1} - Z_c - F_2 = 40 + 536,7 - 300 = 276,67(\text{H})$

Перевірка:

$$\sum_{i=1}^8 m_{y1}(\bar{F}_i) = Z_A \cdot AC - F_{r1} \cdot BC - F_2 \cdot CD = 0$$

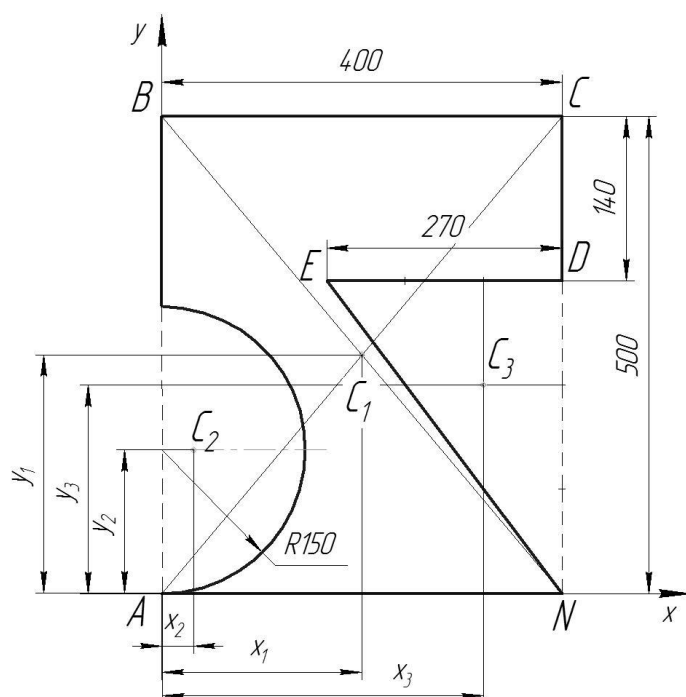
$$276,67 \cdot 60 - 40 \cdot 40 - 300 \cdot 50 = 0,2$$

$$\sum_{i=1}^8 m_{z1}(\bar{F}_i) = -Y_A \cdot AC - F_1 \cdot BC - F_{r2} \cdot CD = 0$$

$$166,67 \cdot 60 - 100 \cdot 40 - 120 \cdot 50 = 0,2$$

					РГЗ 22.0134.0101.003	Арк.
						2
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

Визначити центр ваги складної фігури x_c - ? y_c - ?:



1. Розберемо складну фігуру на елементарні фігури:

- 1) Прямокутник ABCN;
- 2) Півколо R150
- 3) Трикутник DNE;

2. Знайдемо площі кожної елементарної фігури:

$$A_1 = AB \cdot BC = 50\text{см} \cdot 40\text{см} = 2000\text{см}^2$$

$$A_2 = -\frac{\pi \cdot R^2}{2} = -\frac{3,14 \cdot 15^2}{2} = -353\text{см}^2$$

$$A_3 = -\frac{ED \cdot DN}{2} = -\frac{27 \cdot 36}{2} = -486\text{см}^2$$

3. Знаходимо положення центра ваги кожної елементарної фігури

1) Для прямокутника:

$$X_1 = \frac{BC}{2} = \frac{40}{2} = 20\text{см};$$

$$Y_1 = \frac{AB}{2} = \frac{50}{2} = 25\text{см}.$$

2) Для півкола:

$$X_2 = \frac{4R}{3\pi} = 0,424 \cdot R = 0,424 \cdot 15 = 6,36\text{см}$$

$$Y_2 = R = 15\text{см}$$

3) Для трикутника:

$$X_3 = (AN - ED) + \frac{2}{3}ED = (40 - 27) + \frac{2}{3} \cdot 27 = 31\text{см}$$

$$Y_3 = \frac{2}{3}(CN - CD) = \frac{2}{3}(50 - 14) = 24\text{см}$$

4. Координати центра ваги всієї фігури:

$$X_c = \frac{A_1 X_1 - A_2 X_2 - A_3 X_3}{A_1 - A_2 - A_3} = \frac{2000 \cdot 20 - 353 \cdot 6,36 - 486 \cdot 31}{2000 - 353 - 486} = 19,5\text{см}$$

$$Y_c = \frac{A_1 Y_1 - A_2 Y_2 - A_3 Y_3}{A_1 - A_2 - A_3} = \frac{2000 \cdot 25 - 353 \cdot 15 - 486 \cdot 24}{2000 - 353 - 486} = 28,5\text{см}$$

					РГЗ 22.0134.0101.004							
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата								
Розроб.	Шевченко О.О.				Центр ваги			Літера	Аркуш	Аркушів		
Перевір.	Козельська А.Р.									1	1	
								ФКРКМ ДНУ				
								ар.ТВ-20-1				

Дано:

$$F_1 = 60 \text{ кН}$$

$$F_2 = 40 \text{ кН}$$

$$F_3 = 80 \text{ кН}$$

$$F_4 = 20 \text{ кН}$$

$$F_5 = 40 \text{ кН}$$

$$l_1 = 1.5 \text{ м}$$

$$l_2 = 0.6 \text{ м}$$

$$l_3 = 0.5 \text{ м}$$

$$l_4 = 0.8 \text{ м}$$

$$l_5 = 1.5 \text{ м}$$

$$l_6 = 1.0 \text{ м}$$

$$A_1 = 314 \text{ мм}^2$$

$$A_2 = 706,5 \text{ мм}^2$$

$$A_3 = 961,6 \text{ мм}^2$$

$$[n] = 3$$

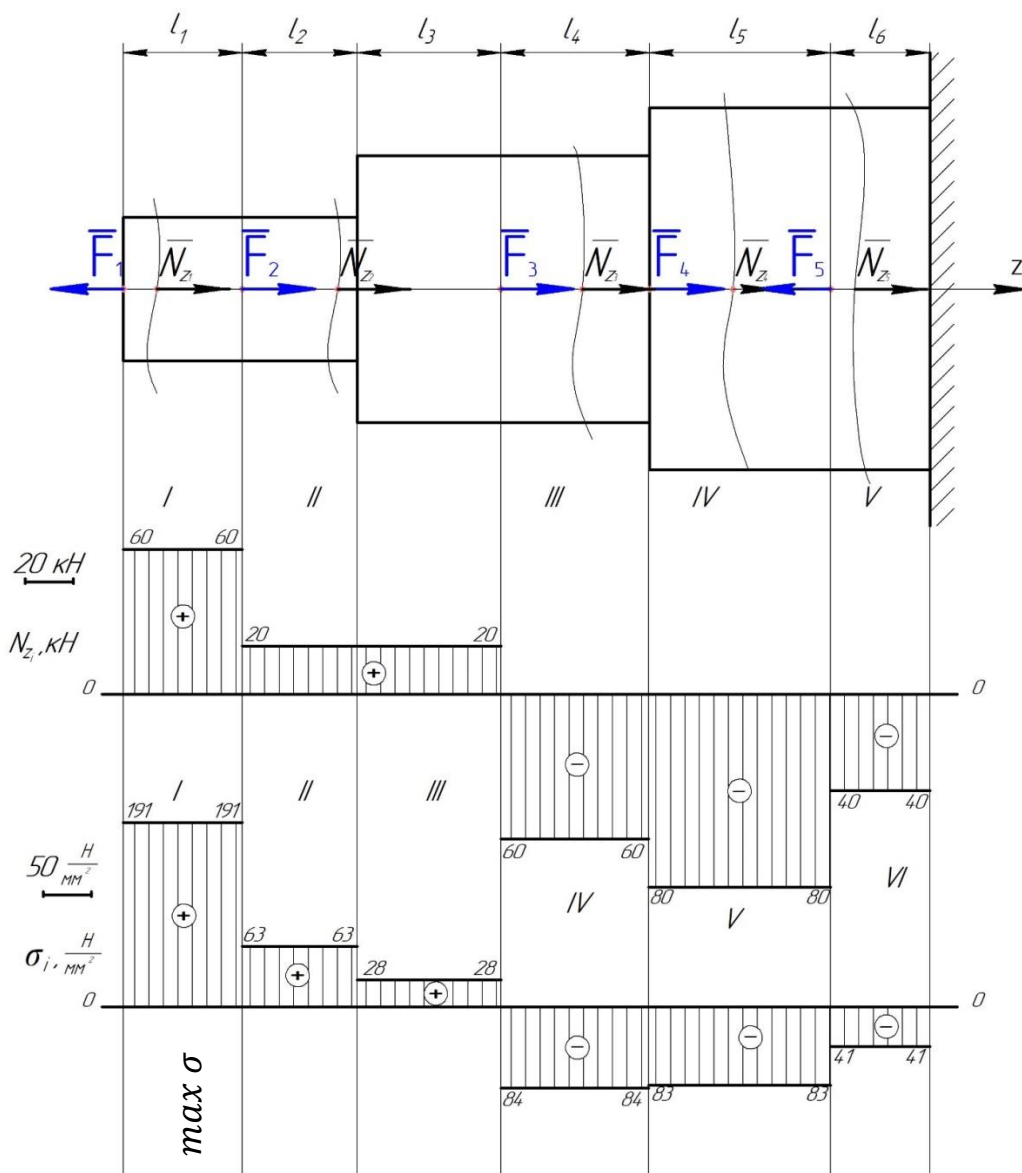
$$\sigma_{\text{тч}} = 460 \text{ МПа}$$

$$N_z - ?$$

$$\sigma_i - ?$$

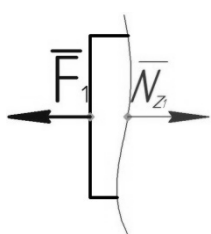
$$\Delta l - ?$$

$$\max \sigma \leq [\sigma] ?$$



1. Знаходимо N_z :

Ділянка I

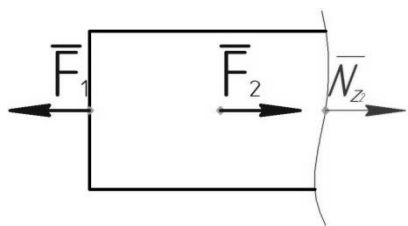


$$\sum_{i=1}^2 z_i = N_{z1} - F_1 = 0,$$

$$N_{z1} = F_1 = 60 \text{ кН}$$

					РГЗ 22.0134.0101.005		
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата	Розтяг (стиск)		
Розроб.		Шевченко О.О.					
Перевір.		Козельська А.Р.					
					Літера	Аркуш	Аркушів
						1	3
					ФКРКМ ДНУ єр.ТВ-20-1		

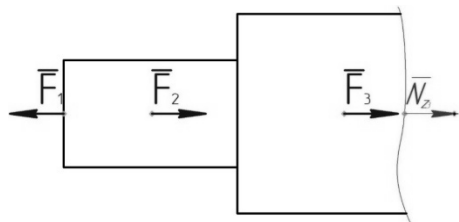
Ділянка II



$$\sum_{i=1}^3 z_i = N_{z_2} - F_1 + F_2 = 0$$

$$N_{z_2} = F_1 - F_2 = 60 - 40 = 20 \text{ кН}$$

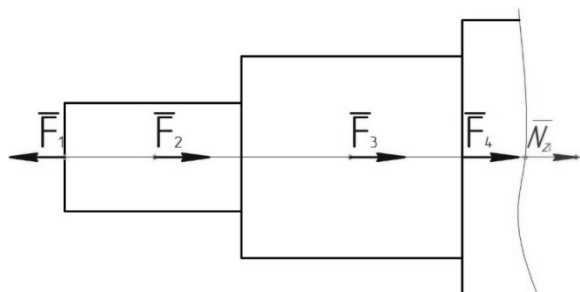
Ділянка III



$$\sum_{i=1}^4 z_i = N_{z_3} - F_1 + F_2 + F_3 = 0,$$

$$N_{z_3} = F_1 - F_2 - F_3 = 60 - 40 - 80 = -60 \text{ кН}$$

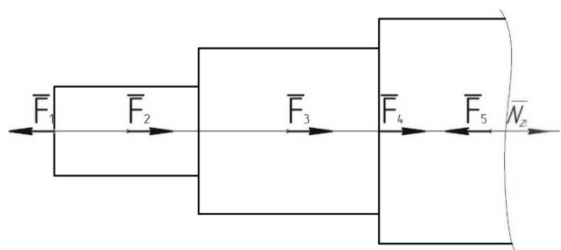
Ділянка IV



$$\sum_{i=1}^5 z_i = N_{z_4} - F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 0$$

$$N_{z_4} = F_1 - F_2 - F_3 - F_4 = 60 - 40 - 80 - 20 = -80 \text{ кН}$$

Ділянка V



$$\sum_{i=1}^6 z_i = N_{z_5} - F_1 + F_2 + F_3 + F_4 - F_5 = 0$$

$$N_{z_5} = F_1 - F_2 - F_3 - F_4 + F_5 = 60 - 40 - 80 - 20 + 40 = -40 \text{ кН}$$

2. Знаходимо нормальні напруження:

$$\sigma_1 = \frac{N_{z_1}}{A_1}, \quad \sigma_1 = \frac{60}{314} = 0,191 \frac{\text{кН}}{\text{мм}^2} = 191 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_{z_2}}{A_1}, \quad \sigma_2 = \frac{20}{314} = 0,063 \frac{\text{кН}}{\text{мм}^2} = 63 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_{z_2}}{A_2}, \quad \sigma_3 = \frac{20}{706,5} = 0,028 \frac{\text{кН}}{\text{мм}^2} = 28 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$$

					РГЗ 22.0134.0101.005	Арк.
						2
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

3. Подовження бруса:

$$\Delta l = \frac{1}{E} (\sigma_1 \cdot l_1 + \sigma_2 \cdot l_2 + \sigma_3 \cdot l_3 - \sigma_4 \cdot l_4 - \sigma_5 \cdot l_5 - \sigma_6 \cdot l_6)$$

$$\Delta l = \frac{1}{2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}} (191 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} \cdot 1500 \text{мм} + 63 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} \cdot 600 \text{мм} + 28 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} \cdot 500 \text{мм} - 84 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} \cdot 800 \text{мм} - 83 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} \cdot 1500 \text{мм} - 41 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} \cdot 1000 \text{мм}) = 0.502 \text{мм}$$

4. Перевіряємо брус на міцність у небезпечному перерізі:

$$\max \sigma \leq [\sigma]$$

$$\max \sigma = \sigma_1 = 191 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = 191 \text{МПа}$$

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{ТЧ}}}{[n]}$$

$$[\sigma] = \frac{460}{3} = 153 \text{МПа}$$

$$191 \text{ МПа} > 153 \text{ МПа}$$

МІЦНІСТЬ НЕ ДОДЕРЖАНА

					РГЗ 22.0134.0101.005	Арк.
						3
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

Дано:

$$M_1 = 9,33 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

$$M_2 = 10 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

$$M_3 = 11,67 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

$$\omega = 30 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

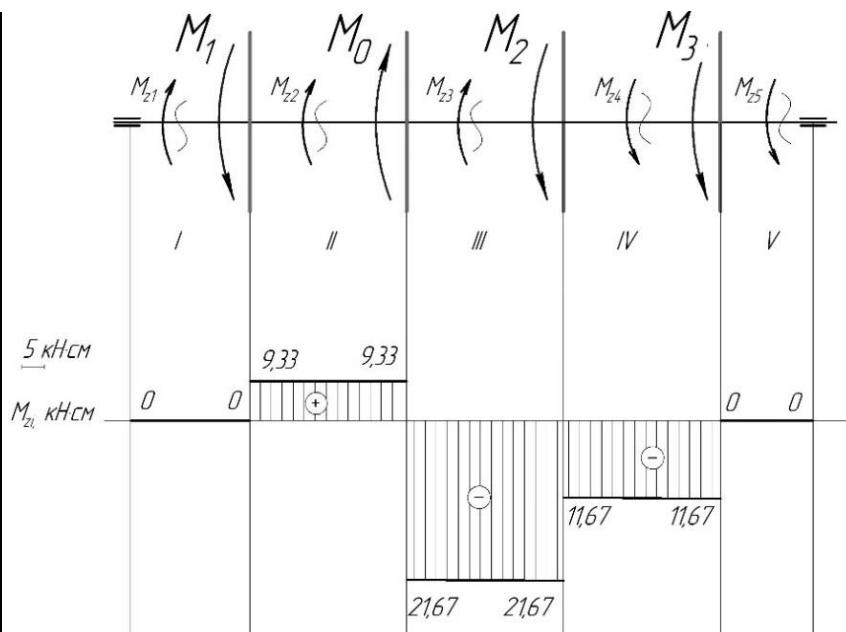
$$[\tau] = 40 \frac{\text{с}}{\text{МН}} = 4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$$

$$[\varphi_0] = 0,5 \frac{\text{град}}{\text{см}} = 0,01 \frac{\text{рад}}{\text{см}}$$

$$c = 0,6$$

$$G = 8 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$$

$$D_C - ? \quad D_{II} - ? \quad d_n - ? \quad \frac{G_C}{G_{II}} - ?$$



1. Знайдемо момент на ведучому шківі:

$$M_0 = M_1 + M_2 + M_3$$

$$M_0 = 9,33 + 10 + 11,67 = 31 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

2. Складаємо рівняння рівноваги:

I ділянка: $M_{Z1} = 0$

II ділянка:

$$\sum_{i=0}^2 M_{Zi} = M_{Z2} - M_1 = 0$$

$$M_{Z2} = M_1 = 9,33 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

III ділянка:

$$\sum_{i=0}^3 M_{Zi} = M_{Z3} - M_1 + M_0 = 0$$

$$M_{Z3} = M_1 - M_0 = 9,33 - 31 = -21,67 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

IV ділянка:

$$\sum_{i=0}^2 M_{Zi} = M_{Z4} + M_3 = 0$$

$$M_{Z4} = -M_3 = -11,67 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

V ділянка: $M_{Z5} = 0$

					РГЗ 22.0134.0101.006		
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата	Кручення		
Розроб.		Шевченко О.О.					
Перевір.		Козельська А.Р.			Літера Аркуш Аркуші		
					ФКРКМ ДНУ гр. ТВ-20-1		

3. Розраховуємо діаметри валів суцільного та порожнистого перерізів:

3.1. З умови міцності:

$$\max \tau = \frac{\max M_z}{W_p} \leq [\tau]$$

$$W_p \geq \frac{\max M_z}{[\tau]} \geq \frac{21,67}{4} \geq 5,42 \text{ см}^3$$

$$W_{pc} = \frac{\pi D_c^3}{16} \approx 0,2 D_c^3, \text{ звідси } D_c = \sqrt[3]{\frac{W_p}{0,2}} = \sqrt[3]{\frac{5,42}{0,2}} \approx 3 \text{ см}$$

$$W_{pn} = \frac{\pi D_n^3}{16} (1 - c^4) \approx 0,2 D_n^3 (1 - c^4) \Rightarrow D_n = \sqrt[3]{\frac{W_p}{0,2(1 - c^4)}} = \sqrt[3]{\frac{5,42}{0,2(1 - 0,6^4)}} \approx 3,15 \text{ см}$$

$$c = \frac{d_n}{D_n} \Rightarrow d_n = c \cdot D_n = 0,6 \cdot 3,15 \approx 1,89 \text{ см}$$

3.2. З умови жорсткості

$$\max \varphi_0 = \frac{\max M_z}{G \cdot J_p} \leq [\varphi_0]$$

$$J_p \geq \frac{\max M_z}{G[\varphi_0]} \geq \frac{21,67}{8 \cdot 10^3 \cdot 0,01} \geq 0,27 \text{ см}^3$$

$$J_{pc} = \frac{\pi D_c^4}{32} \approx 0,1 D_c^4, \text{ звідси } D_c = \sqrt[4]{\frac{J_p}{0,1}} = \sqrt[4]{\frac{0,27}{0,1}} \approx 1,28 \text{ см}$$

$$J_{pn} = \frac{\pi D_n^4}{32} (1 - c^4) \approx 0,1 D_n^4 (1 - c^4) \Rightarrow D_n = \sqrt[4]{\frac{J_p}{0,1(1 - c^4)}} = \sqrt[4]{\frac{0,27}{0,1(1 - 0,6^4)}} \approx 1,33 \text{ см}$$

$$c = \frac{d_n}{D_n} \Rightarrow d_n = c \cdot D_n = 0,6 \cdot 1,33 \approx 0,8 \text{ см}$$

За остаточні приймаємо розміри вала, розраховані з умови міцності (більші значення)

$$\begin{aligned} D_c &= 3 \text{ см} \\ D_n &= 3,15 \text{ см} \\ d_n &= 1,89 \text{ см} \end{aligned}$$

Зробимо оцінку ваги валів

$$\frac{G_c}{G_n} = \frac{D_c^2}{D_n^2(1 - c)} = \frac{3^2}{3,15^2(1 - 0,6^2)} = 1,42 \text{ рази}$$

					РГЗ 22.0134.0101.006	Арк.
						2
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

Дано:

$$\bar{F}_1 = 10 \text{ кН}$$

$$\bar{F}_2 = 20 \text{ кН}$$

$$m = 15 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

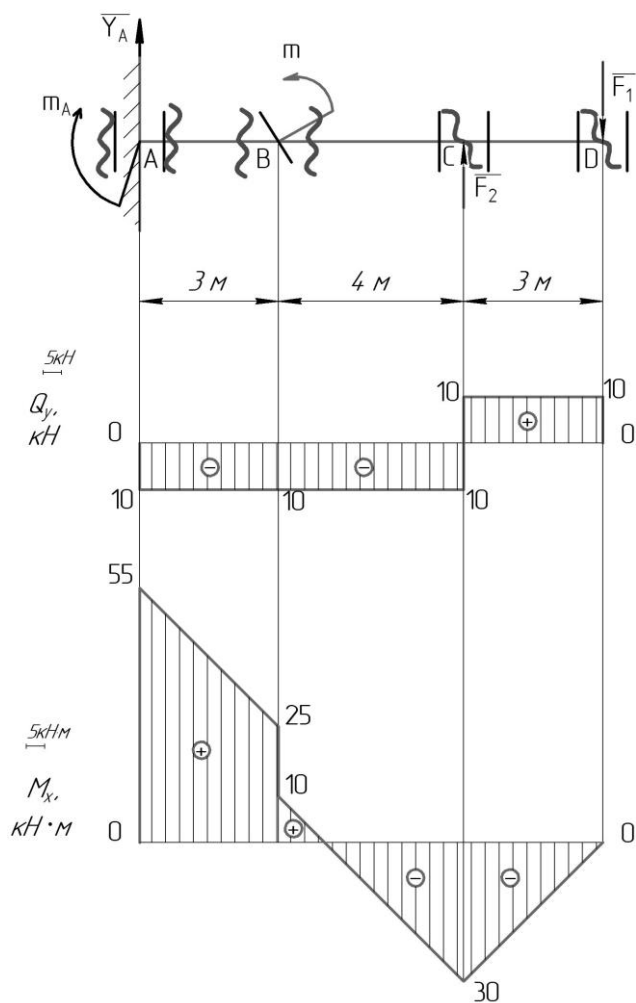
$$[\sigma] = 160 \text{ МПа}$$

$$h = 2b$$

$$Q_y - ? \quad M_x - ?$$

$$h - ? \quad b - ?$$

$$N^o \text{ I } - ?$$



1. Знаходимо значення Q_y

$$Q_{yD}^{\text{спр}} = 0$$

$$Q_{yD}^{\text{злів}} = \bar{F}_1 = 10 \text{ кН}$$

$$Q_{yC}^{\text{спр}} = \bar{F}_1 = 10 \text{ кН}$$

$$Q_{yC}^{\text{злів}} = \bar{F}_1 - \bar{F}_2 = 10 - 20 = -10 \text{ кН}$$

$$Q_{yB} = \bar{F}_1 - \bar{F}_2 = 10 - 20 = -10 \text{ кН}$$

$$Q_{yA}^{\text{спр}} = \bar{F}_1 - \bar{F}_2 = 10 - 20 = -10 \text{ кН}$$

$$Q_{yA}^{\text{злів}} = 0$$

					РГЗ 22.0134.0101.007		
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата	Згин		
Розроб.		Шевченко О.О.					
Перевір.		Козельська А.Р.			Літера Аркуш Аркушів		
					ФКРКМ ДНУ		
					єр.ТВ-20-1		

2. Знаходимо значення M_x

$$M_{x_D} = 0$$

$$M_{x_C} = -\bar{F}_1 \cdot CD = -10 \cdot 3 = -30 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_{x_B}^{\text{спр}} = -\bar{F}_1 \cdot BD + \bar{F}_2 \cdot BC = -10 \cdot 7 + 20 \cdot 4 = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_{x_B}^{\text{злів}} = -\bar{F}_1 \cdot BD + \bar{F}_2 \cdot BC + m = -10 \cdot 7 + 20 \cdot 4 + 15 = 25 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_{x_A}^{\text{спр}} = -\bar{F}_1 \cdot AD + \bar{F}_2 \cdot AC + m = -10 \cdot 10 + 20 \cdot 7 + 15 = 55 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_{x_A}^{\text{злів}} = 0$$

3. Знаходимо W_x з умови міцності на згинання:

$$\begin{aligned} \max \sigma &= \frac{\max M_x}{W_x} \leq [\sigma]; \\ W_x &\geq \frac{\max M_x}{[\sigma]} \geq \frac{55 \text{ кН} \cdot \text{м}}{160 \text{ МПа}} \geq \frac{5500 \text{ кН} \cdot \text{см}}{16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}} \geq 344 \text{ см}^3 \end{aligned}$$

3.1 Прямокутник $h = 2b$:

$$W_x = \frac{2}{3} b^3, \quad b = \sqrt[3]{1,5 W_x} = \sqrt[3]{1,5 \cdot 344} = 8 \text{ см}$$

$$h = 2b = 2 \cdot 8 = 16 \text{ см}$$

3.2 Круг:

$$W_x = 0,1 d^3$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{W_x}{0,1}} = \sqrt[3]{\frac{344}{0,1}} = 15,1 \text{ см}$$

3.3 Двотавр:

$$\text{№24a} \quad W_x = 317 \text{ см}^3$$

$$\text{№27} \quad W_x = 371 \text{ см}^3$$

$$\begin{aligned} 437,5 \text{ см}^3 - 100\% & \quad x = \frac{317 \cdot 100}{344} = 92\% \\ 407 \text{ см}^3 - x\% & \quad 100\% - 92\% = 8\% > 5\% \end{aligned}$$

Обираємо $\perp$ №27, що має $W_x = 371 \text{ см}^3$ та площу поперечного перерізу $A = 40,2 \text{ см}^2$

					РГЗ 22.0134.0101.007	Арк.
						2
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

4. Коефіцієнти раціональності перерізів:

$$\text{круг } \omega_x = \frac{W_x}{A\sqrt{A}} = \frac{W_x}{\frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{\pi d^2}{4}}} = \frac{344}{\frac{3.14 \cdot 15,1^2}{4} \sqrt{\frac{3.14 \cdot 15,1^2}{4}}} = 0,11$$

$$\text{прямокутник } \omega_x = \frac{W_x}{A\sqrt{A}} = \frac{W_x}{bh\sqrt{bh}} = \frac{344}{8 \cdot 16 \sqrt{8 \cdot 16}} = 0,24$$

$$\text{двотавр } \omega_x = \frac{W_x}{A\sqrt{A}} = \frac{344}{40,2 \sqrt{40,2}} = 1,49$$

Найбільш доцільним перерізом є двотавр, тому що коефіцієнт раціональності 1,49 є найбільшим.

					РГЗ 22.0134.0101.007	Арк.
						3
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

Дано:

$$\bar{F}_1 = 18 \text{ кН}$$

$$\bar{F}_2 = 30 \text{ кН}$$

$$m_1 = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$m_2 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

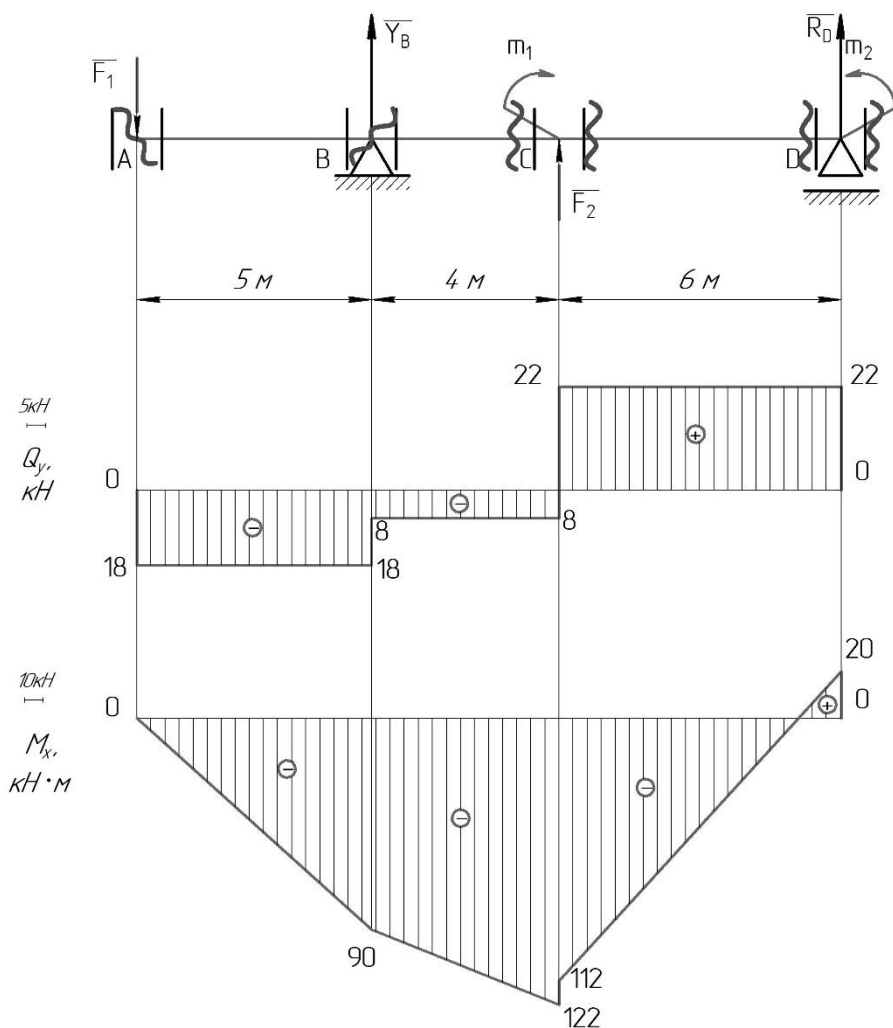
$$[\sigma] = 160 \text{ МПа}$$

$$h = 2b$$

$$Q_y - ? \quad M_x - ?$$

$$h - ? \quad b - ?$$

$$\text{№ } \text{I} - ?$$



1. Визначаємо реакції опор

$$\sum_{i=1}^6 m_B(F_i) = \bar{F}_1 \cdot AB + m_1 - \bar{F}_2 \cdot BC - m_2 - \bar{R}_D \cdot BD$$

$$\bar{R}_D = \frac{\bar{F}_1 \cdot AB + m_1 - \bar{F}_2 \cdot BC - m_2}{BD} = \frac{18 \cdot 5 + 10 - 30 \cdot 4 - 20}{10} = -22 \text{ кН}$$

$$\sum_{i=1}^6 m_D(F_i) = -\bar{F}_1 \cdot AD + \bar{Y}_B \cdot BD + m_1 + \bar{F}_2 \cdot CD - m_2 = 0$$

$$\bar{Y}_B = \frac{\bar{F}_1 \cdot AD - m_1 - \bar{F}_2 \cdot CD + m_2}{BD} = \frac{18 \cdot 15 - 10 - 30 \cdot 6 + 20}{10} = 10 \text{ кН}$$

$$\sum_{i=1}^4 y_i = -\bar{F}_1 + \bar{Y}_B + \bar{F}_2 + \bar{R}_D = -18 + 10 + 30 - 22 = 0$$

					РГЗ 22.0134.0101.007				
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата	Згин	Літера	Аркуш	Аркушів	
Розроб.		Шевченко О.О.							
Перевір.		Козельська А.Р.					1	3	
						ФКРКМ ДНУ гр.ТВ-20-1			

2. Знаходимо значення Q_y

$$Qy_D^{\text{спр}} = 0$$

$$Qy_D^{\text{злів}} = -\bar{R}_D = 22 \text{ кН}$$

$$Qy_C^{\text{спр}} = -\bar{R}_D = 22 \text{ кН}$$

$$Qy_C^{\text{злів}} = -\bar{R}_D - \bar{F}_2 = 22 - 30 = -8 \text{ кН}$$

$$Qy_B^{\text{спр}} = -\bar{R}_D - \bar{F}_2 = 22 - 30 = -8 \text{ кН}$$

$$Qy_B^{\text{злів}} = -\bar{F}_1 = -18 \text{ кН}$$

$$Qy_A^{\text{спр}} = -\bar{F}_1 = -18 \text{ кН}$$

$$Qy_A^{\text{злів}} = 0$$

3. Знаходимо значення M_x

$$Mx_D^{\text{спр}} = 0$$

$$Mx_D^{\text{злів}} = m_2 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$Mx_C^{\text{спр}} = m_2 + \bar{R}_D \cdot CD = 20 - 22 \cdot 6 = -112 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$Mx_C^{\text{злів}} = m_2 + \bar{R}_D \cdot CD - m_1 = 20 - 22 \cdot 6 - 10 = -122 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$Mx_B = -\bar{F}_1 \cdot AB = -18 \cdot 5 = -90 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$Mx_A = 0$$

4. Знаходимо W_x з умови міцності на згинання:

$$\begin{aligned} \max \sigma &= \frac{\max M_x}{W_x} \leq [\sigma]; \\ W_x &\geq \frac{\max M_x}{[\sigma]} \geq \frac{122 \text{ кН} \cdot \text{м}}{160 \text{ МПа}} \geq \frac{12200 \text{ кН} \cdot \text{см}}{16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}} \geq 763 \text{ см}^3 \end{aligned}$$

5.1 Прямокутник $h = 2b$

$$W_x = \frac{2}{3} b^3, \quad b = \sqrt[3]{1,5 W_x} = \sqrt[3]{1,5 \cdot 763} = 10,5 \text{ см}$$

$$h = 2b = 2 \cdot 10,5 = 21 \text{ см}$$

5.2 Круг

$$W_x = 0,1 d^3$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{W_x}{0,1}} = \sqrt[3]{\frac{763}{0,1}} = 19,7 \text{ см}$$

					РГЗ 22.0134.0101.007	Арк.
						2
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

5.3 Двотавр

$$\text{№36 } W_x = 743 \text{ см}^3$$

$$\text{№40 } W_x = 953 \text{ см}^3$$

$$\frac{763 \text{ см}^3 - 100\%}{743 \text{ см}^3 - x\%} \quad x = \frac{743 \cdot 100}{763} = 97,4\%$$

$$100\% - 97,4\% = 2,6\% < 5\%$$

Обираємо $\perp$ №36, що має $W_x = 743 \text{ см}^3$, та площу поперечного перерізу $A = 61,9 \text{ см}^2$

б. Коефіцієнти раціональності перерізів:

$$\text{круг } \omega_x = \frac{W_x}{A\sqrt{A}} = \frac{W_x}{\frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{\pi d^2}{4}}} = \frac{763}{\frac{3.14 \cdot 19,7^2}{4} \sqrt{\frac{3.14 \cdot 19,7^2}{4}}} = 0,14$$

$$\text{прямокутник } \omega_x = \frac{W_x}{A\sqrt{A}} = \frac{W_x}{bh\sqrt{bh}} = \frac{763}{10,5 \cdot 21 \sqrt{10,5 \cdot 21}} = 0,23$$

$$\text{двотавр } \omega_x = \frac{W_x}{A\sqrt{A}} = \frac{763}{61,9 \sqrt{61,9}} = 1,56$$

Найбільш доцільним перерізом є двотавр, тому що коефіцієнт раціональності 1,56 є найбільшим.

					РГЗ 22.0134.0101.007	Арк.
						3
Зм.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

Додаток Г – Рекомендований перелік відео до РГЗ

РГЗ-1:

1. В'язі та їх реакції. Лекція.
<https://www.youtube.com/watch?v=NchylMLqaI8>
2. Проекція вектора (сили)на вісь.
<https://www.youtube.com/watch?v=IjeJwGsiM7I>
3. Плоска система збіжних сил. Лекція.
<https://www.youtube.com/watch?v=q1P0QS01c3s>
4. Плоска система збіжних сил. Задача.
<https://www.youtube.com/watch?v=VgqKgdwj5fQ>

РГЗ-2:

1. Пара сил. Момент пари. Лекція.
<https://www.youtube.com/watch?v=Rms0qX8MkWM>
2. Момент сили відносно точки. Лекція.
<https://www.youtube.com/watch?v=10fdDcTJs5s>
3. Види навантажень. Види опор. Теорема про паралельний перенос сили.
https://www.youtube.com/watch?v=U_ig7fVBkTE
4. Розв'язок РГЗ Тема "Довільна плоска система сил"
<https://www.youtube.com/watch?v=t9Wik21WH0E>
5. Довільна плоска система сил. Жорстко защемлена балка. Задача
<https://www.youtube.com/watch?v=Ic3tlL0gZKg>
6. Довільна плоска система сил. Жорстко защемлена балка. Задача 2
<https://www.youtube.com/watch?v=FSAXV0VZobc>

РГЗ-3:

1. Момент сили відносно осі. Теорія.
<https://www.youtube.com/watch?v=7ryYBAuZFMg>
2. Задача. Тема " Довільна просторова система сил"
<https://www.youtube.com/watch?v=pXg8YuPwgiE>
3. Довільна просторова система сил. Задача 2
<https://www.youtube.com/watch?v=UtSk3xq7XNY>

РГЗ-4:

1. Задача. Визначення центру ваги складної геометричної фігури.
https://www.youtube.com/watch?v=gpoRM_NpODE
2. Задача. Визначення координат центру ваги перерізу, складеного з прокатних профілів
<https://www.youtube.com/watch?v=RqzFOezKFME>

РГЗ-5:

1. Метод перерізів. Теорія.
<https://www.youtube.com/watch?v=qCKD6hQh0Dg>
2. Опір матеріалів. Напруження нормальні, дотичні
https://www.youtube.com/watch?v=W_82IGicOv0
3. Розтяг. Стиск. Побудова епюр поздовжніх сил і нормальних напружень
<https://www.youtube.com/watch?v=P-yXNLXfKAY>
4. Задача. Тема "Розтяг. Стиск"
https://www.youtube.com/watch?v=XiV_55AZGys
5. Деформації при розтягу (стиску). Закон Гуку. Лекція.
<https://www.youtube.com/watch?v=Yqpc5Pwpwu8>
6. Розрахунки на міцність при розтягу (стиску). Лекція.
<https://www.youtube.com/watch?v=qDIUzjBoqC8>
7. Перевірка міцності ступінчастого стержня. Задача
<https://www.youtube.com/watch?v=CKII-zG61SI>

РГЗ-6:

1. Кручення. Побудова епюр крутних моментів. РГЗ 6
<https://www.youtube.com/watch?v=d35w1hb4584>
2. Кручення. Задача. Проектний розрахунок валу (з умови міцності та жорсткості)
<https://www.youtube.com/watch?v=lfeF2OXimJY>
3. Задача. Кручення. Проектний розрахунок валу
<https://www.youtube.com/watch?v=LNCx5XOjOeg>

РГЗ-7:

1. Правила знаходження поперечних сил та згинальних моментів при побудові епюр Q_y та M_x
<https://www.youtube.com/watch?v=UOCRsgCBvjY>
2. Характерні ознаки при побудові епюр поперечних сил та згинальних моментів. Теорія.
<https://www.youtube.com/watch?v=daREcw14oiQ>
3. Побудова епюр поперечних сил і згинальних моментів. Розв'язок задачі.
<https://www.youtube.com/watch?v=KFQx1sKa4zE>
4. Задача. Згин Двохопорна балка. Нюанси початку розв'язку
<https://www.youtube.com/watch?v=mQMTiJpHTV4>
5. Згин. Побудова епюр Q_y та M_x . Двохопорна балка.
<https://www.youtube.com/watch?v=3CVaD7BiAxQ>
6. Задача. Згин. Проектний розрахунок жорстко защемленої балки.
<https://www.youtube.com/watch?v=msFxMuKiyVs>

7. Згин. Задача. Двохопорна балка (частина 1)
<https://www.youtube.com/watch?v=NW4s-nqXs5U>
8. Згин. Задача. Двохопорна балка (частина 2)
<https://www.youtube.com/watch?v=U-AfpXDZwG0>
9. Згин. Задача 4. Побудова епюр поперечних сил та згинальних моментів. Двохопорна балка
https://www.youtube.com/watch?v=hvM_4qhY6ug



Бібліографічний опис

1. Федуліна А. І. Теоретична механіка / А. І. Федуліна. – Київ: Вища школа, 2005. – 318 с.
2. Теоретична механіка: Збірник задач / О.С. Апостолук, В.М. Воробйов, Д.І. Ільчишина та ін.; За ред. М.А. Павловського. – Київ: Техніка, 2007. – 400 с.
3. Писаренко Г. С. Опір матеріалів / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е. С. Уманський. – Київ: Вища школа, 2004. – 592 с.
4. ДСТУ 3008:2015. Видання. Звіти у сфері науки і техніки. Структура та правила оформлювання. [Чинний від 2017-07-01]. Вид. офіц. Київ, 2015 – 32 с. (Інформація та документація).